

Problemas de integrales definidas y áreas

2º de Bachillerato

Comprueba el valor de las siguientes integrales:

1. $\int_0^1 2x \, dx = 1$

2. $\int_2^7 3 \, dx = 15$

3. $\int_{-1}^0 (x - 2) \, dx = -\frac{5}{2}$

4. $\int_2^5 (-3x + 4) \, dx = -\frac{39}{2}$

5. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2) \, dx = -\frac{10}{3}$

6. $\int_0^3 (3x^2 + x - 2) \, dx = \frac{51}{2}$

7. $\int_0^1 (2x - 1)^2 \, dx = \frac{1}{3}$

8. $\int_{-1}^1 (x^3 - 9x) \, dx = 0$

9. $\int_1^2 \left(\frac{3}{x^2} - 1 \right) \, dx = \frac{1}{2}$

10. $\int_0^1 (3x^3 - 9x + 7) \, dx = \frac{13}{4}$

11. $\int_1^2 (5x^4 + 5) \, dx = 36$

12. $\int_{-3}^3 x^{1/3} \, dx = 4,87 + 2,81 \cdot i$

13. $\int_{-1}^1 (\sqrt[3]{x} - 2) \, dx = -2,875 + 0,65 \cdot i$

14. $\int_{-2}^{-1} \sqrt{\frac{-2}{x}} \, dx = 1,172$

15. $\int_{-2}^{-1} \left(x - \frac{1}{x^2} \right) \, dx = -2$

16. $\int_1^4 \frac{x-2}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3}$
17. $\int_0^1 \frac{x-\sqrt{x}}{3} dx = -\frac{1}{18}$
18. $\int_0^2 (2-x)\sqrt{x} dx = 1,508$
19. $\int_{-1}^0 (x^{1/3} - x^{2/3}) dx = 0,675 + 0,13 \cdot i$
20. $\int_{-8}^{-1} \frac{x-x^2}{2\sqrt[3]{x}} dx = -28,56 + 49,46 \cdot i$
21. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx = 2$
22. $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{3}$
23. $\int_{-1}^1 x(x^2+1)^3 dx = 0$
24. $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} dx = 1$
25. $\int_0^2 x\sqrt[3]{4+x^2} dx = 3,619$
26. $\int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx = \frac{1}{2}$
27. $\int_{-1}^1 |x| dx = 1$
28. $\int_0^3 |2x-3| dx = \frac{9}{2}$
29. $\int_0^4 |x^2-4x+3| dx = 4$
30. $\int_{-1}^1 |x^3| dx = \frac{1}{2}$
31. $\int_1^2 (x-1)\sqrt{2-x} dx = \frac{4}{15}$
32. $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{10}{3}$

33. $\int_3^7 x\sqrt{x-3} dx = \frac{144}{5}$
34. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} dx = 0,552$
35. $\int_0^7 x\sqrt[3]{x+1} dx = 43,18$
36. $\int_{-2}^6 x^2\sqrt[3]{x+2} dx = 135,77$
37. $\int_1^5 x^2\sqrt{x-1} dx = 67,505$
38. $\int_0^{\pi/2} \sin 2x dx = 1$
39. $\int_0^{\pi/2} \cos\left(\frac{2}{3}x\right) dx = \frac{3\sqrt{3}}{4}$
40. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (x + \cos x) dx = 0,819$
41. $\int_{\pi/2}^{2\pi/3} \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = 1,464$
42. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \csc^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = 1,464$
43. $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \csc 2x \cot 2x dx = 0,5$
44. $\int_0^{\pi/8} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{8}$
45. $\int_0^1 \sec(1-x) \tan(1-x) = 0,851$
46. $\int_0^{\pi/4} \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\pi}{4}$

Calcular el área de las siguientes gráficas en los intervalos indicados:

1. $y = x - x^2$ en el intervalo $[0, 1]$. Solución: $\frac{1}{6}$.
2. $y = -x^2 + 2x + 3$ en el intervalo $[-1, 3]$. Solución: $\frac{32}{3}$

3. $y = 1 - x^4$ en el intervalo $[-1, 1]$. Solución: $\frac{8}{5}$.
4. $y = \frac{1}{x^2}$ en el intervalo $[1, 2]$. Solución: $\frac{1}{2}$.
5. $y = \sqrt[3]{2x}$ en el intervalo $[0, 4]$. Solución: 6.
6. $y = (3 - x)\sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 3]$. Solución: 4, 157.
7. $y = \cos \frac{x}{2}$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
8. $y = x + \sin x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 6, 935.
9. $y = 2 \sin x + \sin 2x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 4.
10. $y = \sin x + \cos 2x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
11. $y = 4 - x^2$ en el intervalo $[-2, 2]$. Solución: $\frac{32}{3}$.
12. $y = x^2 - 2x + 1$ en el intervalo $[0, 1]$. Solución: $\frac{1}{3}$.
13. $y = x\sqrt{4 - x^2}$ en el intervalo $[0, 2]$. Solución: $\frac{8}{3}$.
14. $y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$. Solución: 3.
15. $y = x - 2\sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 4]$. Solución: $-\frac{8}{3}$.
16. $y = \frac{1}{(x - 3)^2}$ en el intervalo $[0, 2]$. Solución: $\frac{2}{3}$.
17. $y = \sin x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
18. $y = \cos \pi x$ en el intervalo $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. Solución: $\frac{1}{\pi}$.

Calcular el área de cada una de las regiones siguientes, en los contornos indicados:

1. $y = 3x^2 + 1$ entre $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$. Solución: 10.
2. $y = 1 + \sqrt{x}$ entre $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$. Solución: $\frac{28}{3}$.
3. $y = x^3 + x$ entre $x = 2$, $y = 0$. Solución: 6.
4. $y = -x^2 + 3x$ entre $y = 0$. Solución: $\frac{9}{2}$.