

Problemas de Matemáticas 4º de ESO

Funciones

1 Derivadas

1.1 Tasa de variación

- Halla la tasa de variación media de las siguientes funciones en el intervalo $[1, 6]$.
 - $f(x) = 3x^2 + 1$
 - $f(x) = x^2 + 4x$
- Calcula la tasa de variación media de las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^4$ en los intervalos $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ y $[3, 4]$. Observar la variación de estas funciones en estos intervalos, y compararlas.
- Calcular la tasa de variación media de la función $f(x) = 3x^2 - 2x$ en el intervalo $[1, 1 + h]$. Calcular también la tasa de variación instantánea de esta función en el punto $x = 3$.

1.2 Concepto de derivada

- Hallar la derivada de las siguientes funciones en el punto $x = 2$.
 - $f(x) = 2 - 3x$
 - $f(x) = 3x^2 - 1$
 - $f(x) = x^2 - 2x$
- Calcular aplicando la definición de derivada, la derivada de las siguientes funciones.
 - $f(x) = 3x - 1$
 - $f(x) = 3x^2$
 - $f(x) = x^2 - 2x$

1.3 Recta tangente

Hallar la ecuación de la recta tangente a las curvas siguientes en los puntos que se indican.

- $f(x) = 3x - 2$ en el punto $P(0, -2)$.
- $f(x) = x^2 - 2x$ en el punto $P(1, -1)$.

3. $f(x) = 1 - x^3$ en el punto $P(1, 0)$.
4. $f(x) = x^2 - 3x$ en el punto $P(2, -2)$.

1.4 Cálculo de derivadas

1. Calcular las derivadas de las siguientes funciones potenciales.
 - (a) $f(x) = x^{12}$.
 - (b) $f(x) = \frac{4}{x^5}$
 - (c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$
2. Calcular las derivadas de las siguientes funciones polinómicas.
 - (a) $f(x) = 3x^3 - 2x + 1$
 - (b) $f(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 - 1$
 - (c) $f(x) = \frac{3}{5} \cdot (3x^3 - 2x - 1)$
3. Calcular las derivadas de las siguientes funciones logarítmicas.
 - (a) $f(x) = 2 \cdot \ln x$
 - (b) $f(x) = \ln\left(\frac{x}{6}\right)$
 - (c) $f(x) = x^2 - \ln x^3$
4. Calcular las derivadas de las siguientes funciones exponenciales.
 - (a) $f(x) = e^{5x}$
 - (b) $f(x) = 3^{4x}$
 - (c) $f(x) = \frac{1}{3^x}$
5. Calcular las derivadas de las siguientes funciones logarítmicas.
 - (a) $f(x) = 4 \cos x$
 - (b) $f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$
 - (c) $f(x) = 3 + \frac{\sin x}{\cos x}$
6. Calcular las derivadas de los siguientes productos de funciones.
 - (a) $f(x) = (2x^2 - 1) \cdot (2x - 1)$
 - (b) $f(x) = x^{-3} \cdot \sin x$
 - (c) $f(x) = e^{2x} \cdot \ln x$
 - (d) $f(x) = \sin x \cdot (5x - \ln x)$

$$(e) f(x) = 2x \cdot (e^{2x} - 2x + 1)$$

7. Calcular las derivadas de los siguientes cocientes de funciones.

$$(a) f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$(b) f(x) = \frac{x^2+2}{x^3-1}$$

$$(c) f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}$$

$$(d) f(x) = \frac{x - \ln x}{\cos x}$$

$$(e) f(x) = \frac{1-e^x}{e^x}$$

$$(f) f(x) = \frac{e^x - x}{e^x + x}$$