Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2012

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 4\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (1, 3)$, $\overrightarrow{v} = (-5, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (4, 1)$
Solución:

$$\overrightarrow{z} = 4(1, 3) - (-5, 1) + 2(4, 1) = (17, 13)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(3, -2)$ y $B(12, 19)$ en tres partes iguales.
Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(12, 19) - (3, -2)] = (3, 7)$$

$$A_1 = A + (3, 7) = (3, -2) + (3, 7) = (6, 5)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 7) = (6, 5) + (3, 7) = (9, 12)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 7) = (9, 12) + (3, 7) = (12, 19)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(3, -5)$ respecto de $B(1, -2)$
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{2} = 1 \Longrightarrow x = -1 \\ \\ \dfrac{y-5}{2} = -2 \Longrightarrow y = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(-1, 1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.
Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 3) - (1, -2) = (2, 5)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -2) + \lambda(2, 5)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -2 + 5\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{5}$

Ecuación General: $5x - 2y - 9 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \dfrac{5}{2}x - \dfrac{9}{2}$, luego $m = \dfrac{5}{2}$

Ecuación punto pendiente: $y + 2 = \dfrac{5}{2}(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -\dfrac{1}{4} \Longrightarrow \alpha = 68^o11'55''$

Problema 5 Sean $A(-1,-3)$, $B(3,1)$ y $C(5,6)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1,-3) + [(5,6) - (3,1)] = (1,2)$$

$$M\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{-3+6}{2}\right) = M\left(2, \frac{3}{2}\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: x-y+2=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 2-2\lambda \\ y = 1+\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: x-y+2=0, \quad s: x+2y-4=0$$

$$(2-2\lambda)-(1+\lambda)+2=0 \Longrightarrow \lambda=1 \Longrightarrow (0,2)$$

$$\cos\alpha = \frac{1-2}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \Longrightarrow \alpha = 108^{\circ}26'6'' \Longrightarrow \text{ el agudo} = 71^{\circ}33'54''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-1,3)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{10} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \frac{7}{\sqrt{10}}(-1,3) = \left(-\frac{7}{\sqrt{10}}, \frac{21}{\sqrt{10}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(0,-1)$ y radio $r=\sqrt{7}$
Solución:

$$x^2+(y+1)^2=7 \Longrightarrow x^2+y^2+2y-6=0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2+y^2+2x-4y+2=0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m=-2a=2 \Longrightarrow a=-1 \\ n=-2b=-4 \Longrightarrow b=2 \\ p=a^2+b^2-r^2=0 \Longrightarrow r=\sqrt{3} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-1,2) \;\; r=\sqrt{3}$$