

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2012

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 4\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-1, 0)$, $\vec{v} = (-2, 3)$ y $\vec{w} = (3, 5)$

Solución:

$$\vec{z} = 4(-1, 0) - (-2, 3) + 2(3, 5) = (4, 7)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 1)$ y $B(19, 25)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(19, 25) - (-2, 1)] = (7, 8)$$

$$A_1 = A + (7, 8) = (-2, 1) + (7, 8) = (5, 9)$$

$$A_2 = A_1 + (7, 8) = (5, 9) + (7, 8) = (12, 17)$$

$$B = A_3 = A_2 + (7, 8) = (12, 17) + (7, 8) = (19, 25)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(-2, 5)$ respecto de $B(-1, 3)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-2}{2} = -1 \Rightarrow x = 0 \\ \frac{y+5}{2} = 3 \Rightarrow y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A'(0, 1)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(3, 1)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 1) - (-1, 2) = (4, -1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + \lambda(4, -1)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1}$

Ecuación General: $x + 4y - 7 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$, luego $m = -\frac{1}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = -\frac{1}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = 165^\circ 57' 50''$

Problema 5 Sean $A(-1, 2)$, $B(4, -1)$ y $C(6, 8)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, 2) + [(6, 8) - (4, -1)] = (1, 11)$$

$$M\left(\frac{-1+6}{2}, \frac{2+8}{2}\right) = M\left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : x+2y-5=0$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x + 2y - 5 = 0, \quad s : 2x + y - 4 = 0$$

$$(1 - \lambda) + 2(2 + 2\lambda) - 5 = 0 \implies \lambda = 0 \implies (1, 2)$$

$$\cos \alpha = \frac{2+1}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \implies \alpha = 36^\circ 52' 12''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (4, -1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{17} \implies \vec{v} = \frac{7}{\sqrt{17}}(4, -1) = \left(\frac{28}{\sqrt{17}}, -\frac{7}{\sqrt{17}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, 2)$ y radio $r = \sqrt{5}$

Solución:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5 \implies x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -4 &\implies a = 2 \\ n = -2b = -2 &\implies b = 1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \implies C(2, 1) \quad r = \sqrt{2}$$