

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Febrero 2011

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 2117° a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\frac{5\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $48^\circ 2' 25''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $2117^\circ = 5 \cdot 360^\circ + 317^\circ$
2. $\frac{5\pi}{7}$ radianes = $128^\circ 34' 17''$
3. $48^\circ 2' 25'' = 0,2669\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 60°

Solución:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60° calcular las de 150° y 315° .

Solución

$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$$

$$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$315^\circ = 360^\circ - 45^\circ$$

$$\sin(315^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos(315^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(315^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

Problema 4 Sabiendo que $\tan \alpha = -7$ y que $\alpha \in$ cuarto cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

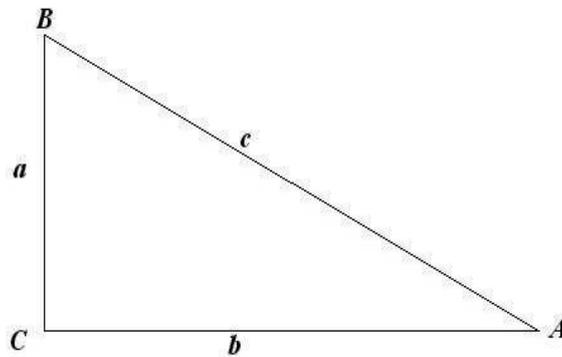
Solución:

$$\tan \alpha = -7 \implies \cot \alpha = -\frac{1}{7}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = -\frac{5\sqrt{2}}{7}, \quad \sin \alpha = -\frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = 5\sqrt{2}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos $a = 5 \text{ cm}$ y $b = 3 \text{ cm}$. Calcular su hipotenusa y sus ángulos.



Solución:

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{5}{3} \implies A = 59^\circ 2' 11''$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{3}{5} \implies B = 30^\circ 57' 49''$$

$$C = 90^\circ$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25 + 9} = 5,831 \text{ cm}$$

Problema 6 Calcular el área de un octógono regular de 12 m de lado.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{16} = 22^\circ 30' \implies \tan 22^\circ 30' = \frac{6}{h} \implies h = 14,485 \text{ m}$$

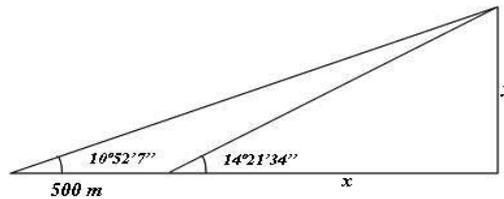
$$S = \frac{p \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 8 \cdot 14,485}{2} = 695,294 \text{ m}^2$$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 En una excursión marítima alrededor de la isla de Mallorca, nos acercábamos al extremo más oriental de la isla el Cap de Formentor con sus impresionantes acantilados y un bonito faro construido en 1860. La desgracia quiso que, por un problema de combustible, tendríamos que acercarnos a los acantilados del faro. El problema que se plantea era si habría suficiente gasolina para llegar a la base del acantilado donde estaba el faro, apenas hay combustible para recorrer 2500 metros.

En este momento el capitán del barco se dirige a un grupo de alumnos: Paula, Rafael, Adrián, Alejandra, Cristina y Sandra y les dice que el foco del faro se ve con un ángulo de $10^{\circ}52'7''$. Cuando habíamos recorrido 500 metros nos vuelve a informar que ahora el ángulo es de $14^{\circ}21'34''$. ¿Tenemos motivos para preocuparnos? Calcular la distancia a la que nos encontramos del faro y la altura a la que se eleva.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 10^{\circ}52'7'' = \frac{y}{x+500} \\ \tan 14^{\circ}21'34'' = \frac{y}{x} \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1500\text{ m} \\ y = 384\text{ m} \end{cases}$$