

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2012

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -2) \cup [-1, 1) \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = 3 \implies (0, 3)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 2x - 3 = 0 \implies (3, 0)$
y $(-1, 0)$.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+3}{x-1}, \quad g(x) = 4x-1$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+3}{x-1}\right) = \frac{\frac{x+3}{x-1} + 3}{\frac{x+3}{x-1} - 1} = \frac{4x}{3}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+3}{x-1}\right) = 4\frac{x+3}{x-1} - 1 = \frac{3x+13}{x-1}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(4x-1) = \frac{(4x-1)+3}{(4x-1)-1} = \frac{4x+2}{4x-2}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(4x-1) = 4(4x-1) - 1 = 16x-5$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{x-5}{2x-3}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{x-5}{2x-3} &\implies 2yx - 3y = x - 5 \implies 2yx - x = 3y - 5 \implies \\ &\implies x = \frac{3y-5}{2y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{3x-5}{2x-1} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 1}; \quad g(x) = \frac{x^2 - 2}{x^4 + 8}; \quad h(x) = \frac{x^2 + 5}{5x^3}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2}{x^4 + 8} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 5}{5x^3} \text{ es impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 - 4x^3 + 2x - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x + 1}{7x^3 - x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 7x - 3}{3x^2 - 3x + 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 9}}{x - 6}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x - 9}}{3x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{7x - 9} - \sqrt{7x + 5})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 - 4x^3 + 2x - 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x + 1}{7x^3 - x + 3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 7x - 3}{3x^2 - 3x + 7} = \frac{8}{3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 9}}{x - 6} = \sqrt{2}$$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x-9}}{3x+1} = 0$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{7x-9} - \sqrt{7x+5}) = 0$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x+2}{3x+4} \right)^{3x^2-1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+x-7}{3x^2-9} \right)^{\frac{2x-1}{3}}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{5x-3} \right)^{2x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x+2}{3x+4} \right)^{3x^2-1} = \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+x-7}{3x^2-9} \right)^{\frac{2x-1}{3}} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{5x-3} \right)^{2x} = e^4$