

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2011

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

8 ; $3,2121\dots$; $\sqrt{13}$; $\sqrt{36}$; $7,111213\dots$; $\frac{3}{5}$; 0 ; $14,231212\dots$; $7,131132\dots$; $5,666\dots$

Solución:

$8 \in \mathbb{N}$; $3,2121\dots \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{13} \in \text{irracional}$; $\sqrt{36} \in \mathbb{N}$; $7,111213\dots \in \text{irracional}$; $\frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $14,231212\dots \in \mathbb{Q}$; $7,131132\dots \in \text{irracional}$; $5,666\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-3, 2)$, $B = [1, 3)$ y $C = (0, 5)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 2), \quad A \cup C = [-3, 5), \quad B \cap C = [1, 3), \quad B \cup C = (0, 5)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(-2, 22)$
2. $[1, 11]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(-2, 22) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 22\} = E(10, 12) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 10| < 12\}$
2. $[1, 11] = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 11\} = \overline{E}(6, 5) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 6| \leq 5\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$3\sqrt{200} + \frac{1}{3}\sqrt{288} - \sqrt{32}, \quad \frac{\sqrt[3]{5\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$$

Solución:

$$3\sqrt{200} + \frac{1}{3}\sqrt{288} - \sqrt{32} = 30\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt{7}} = \sqrt[6]{\frac{25}{9}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{6}{1 - \sqrt{7}}; \quad \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}}; \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{6}{1 - \sqrt{7}} = -(1 + \sqrt{7}); \quad \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}} = \sqrt[5]{9}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{21} + \sqrt{14}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{625x^8y^4}{7776z^6t^7}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{3x^2y}{2zt^2} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{625x^8y^4}{7776z^6t^7}} = \frac{5x^2y}{6zt} \sqrt[4]{\frac{1}{6z^2t^3}}; \quad \frac{3x^2y}{2zt^2} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{3x^4y}{2zt^4}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

$$1. \log(8x - 1) + 1 = \log x$$

$$2. \log(x^2 - 1) - 2 = \log x$$

Solución:

$$1. \log(8x - 1) + 1 = \log x \implies \log 10(8x - 1) = \log x \implies$$

$$79x = 10 \implies x = 10/79.$$

$$2. \log(x^2 - 1) - 2 = \log x \implies \log \frac{x^2 - 1}{100} = \log x \implies$$

$$x^2 - 100x - 1 = 0 \implies x = 100,01 \text{ y } x = -0,01 \text{ no vale}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy^2) &= 6 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) &= 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(xy^2) &= 6 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) &= 2 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x + 2\log y &= 6 \\ \log x - 2\log y &= 2 \end{cases} \implies \begin{cases} u + 2v &= 6 \\ u - 2v &= 2 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 4 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10000 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$