

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2011

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

7 ; $2,3535\dots$; π ; $\sqrt{25}$; $6,301302303\dots$; $\frac{1}{5}$; 0 ; $27,012525\dots$; $7,101102\dots$; $7,111\dots$

Solución:

$7 \in \mathbb{N}$; $2,3535\dots \in \mathbb{Q}$; $\pi \in \text{irracional}$; $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$; $6,301302303\dots \in \text{irracional}$; $\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $27,012525\dots \in \mathbb{Q}$; $7,101102\dots \in \text{irracional}$; $7,111\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-5, 5)$, $B = [2, 7)$ y $C = (1, 8)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [2, 5), \quad A \cup C = [-5, 8), \quad B \cap C = [2, 7), \quad B \cup C = (1, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(3, 21)$
2. $[2, 24]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(3, 21) = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 21\} = E(12, 9) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 12| < 9\}$
2. $[2, 24] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 24\} = \overline{E}(13, 11) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 13| \leq 11\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{175} - \frac{1}{2}\sqrt{63} + \sqrt{343}, \quad \frac{\sqrt{7\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{175} - \frac{1}{2}\sqrt{63} + \sqrt{343} = \frac{31\sqrt{7}}{2}, \quad \frac{\sqrt{7\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{343}{4}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{2 + \sqrt{7}}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^5}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{3}{2 + \sqrt{7}} = -(2 - \sqrt{7}); \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^5}} = \sqrt[7]{9}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{15}}{3}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{2zt}{25x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}} = \frac{5xy}{6zt^2} \sqrt[4]{\frac{5xy^3}{8z^3}}; \quad \frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{2zt}{25x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{5x^4y}{4z^2t^2}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

$$1. \quad 2\log x + 1 = \log(x + 7)$$

$$2. \quad \log(5x + 4) - 1 = \log x$$

Solución:

$$1. \quad 2\log x + 1 = \log(x + 7) \implies \log 10x^2 = \log(x + 7) \implies$$

$$10x^2 - x - 7 = 0 \implies x = 0,888 \quad x = -0,788 \text{ no vale.}$$

$$2. \quad \log(5x + 4) - 1 = \log x \implies \log \frac{5x - 4}{10} = \log x \implies$$

$$5x = 4 \implies x = 4/5$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) &= 7 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(x^2 y) &= 7 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + \log y &= 7 \\ 2\log x - \log y &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + v &= 7 \\ 2u - v &= 1 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 2 \\ v = \log y = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 100 \\ y = 1000 \end{cases}$$