

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2011

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

8 ; $7,1313\dots$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{49}$; $3,121314\dots$; $-\frac{7}{2}$; 0 ; $12,131919\dots$; $2,301302303\dots$; $8,999\dots$

Solución:

$8 \in \mathbb{N}$; $7,1313\dots \in \mathbb{Q}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \in \text{irracional}$; $\sqrt{49} \in \mathbb{N}$; $3,121314\dots \in \text{irracional}$; $-\frac{7}{2} \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $12,131919\dots \in \mathbb{Q}$; $2,301302303\dots \in \text{irracional}$; $8,999\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-2, 3)$, $B = [1, 6)$ y $C = (0, 9)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 3), \quad A \cup C = [-2, 9), \quad B \cap C = [1, 6), \quad B \cup C = (0, 9)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(6, 22)$

2. $[3, 17]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(6, 22) = \{x \in \mathbb{R} : 6 < x < 22\} = E(14, 8) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 14| < 8\}$

2. $[3, 17] = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x \leq 17\} = \overline{E}(10, 7) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 10| \leq 7\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$3\sqrt{80} + \frac{1}{5}\sqrt{45} - 4\sqrt{125}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}$$

Solución:

$$3\sqrt{80} + \frac{1}{5}\sqrt{45} - 4\sqrt{125} = -\frac{37\sqrt{5}}{5}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{\frac{4}{25}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{5}}; \quad \frac{5}{\sqrt[7]{5^2}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{5}} = -(2 + \sqrt{5}); \quad \frac{5}{\sqrt[7]{5^2}} = \sqrt[7]{3125}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{3}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^8y^6}{15625z^4t^7}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9zt^2}{3x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^8y^6}{15625z^4t^7}} = \frac{6x^2y}{5zt} \sqrt[4]{\frac{4y^2}{5t^3}}; \quad \frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9zt^2}{3x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{8xy^4}{9z^2t}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $2 \log(x + 1) - 1 = \log x$
2. $\log(x + 5) - 2 = \log(x - 1)$

Solución:

1. $2 \log(x + 1) - 1 = \log x \implies \log \frac{(x + 1)^2}{10} = \log x \implies$
 $x^2 - 8x + 1 = 0 \implies x = 7, 87 \quad x = 0, 13.$
2. $\log(x + 5) - 2 = \log(x - 1) \implies \log \frac{x + 5}{100} = \log(x - 1) \implies$
 $99x = 105 \implies x = 105/99 = 35/33.$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) &= 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^2 y^2) &= 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y &= 4 \\ 2\log x - \log y &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v &= 4 \\ 2u - v &= 1 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$