

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2011

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$ donde $\vec{u} = (2, -5)$, $\vec{v} = (1, -3)$ y $\vec{w} = (1, -1)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(2, -5) - 2(1, -3) + (1, -1) = (5, -10)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-3, 5)$ y $B(18, 20)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(18, 20) - (-3, 5)] = (7, 5)$$

$$A_1 = A + (7, 5) = (-3, 5) + (7, 5) = (4, 10)$$

$$A_2 = A_1 + (7, 5) = (4, 10) + (7, 5) = (11, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (7, 5) = (11, 15) + (7, 5) = (18, 20)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(5, -2)$ respecto de $B(2, 4)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+5}{2} = 2 \implies x = -1 \\ \frac{y-2}{2} = 4 \implies y = 10 \end{array} \right\} \implies A'(-1, 10)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-3, 0)$ y $B(3, 2)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 2) - (-3, 0) = (6, 2)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-3, 0) + \lambda(6, 2)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -3 + 6\lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+3}{6} = \frac{y}{2}$

Ecuación General: $x - 3y + 3 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \frac{1}{3}x + 1$, luego $m = \frac{1}{3}$

Ecuación punto pendiente: $y = \frac{1}{3}(x + 3)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = \frac{1}{3} \implies \alpha = 18^\circ 26' 5''$

Problema 5 Sean $A(-4, -2)$, $B(3, -1)$ y $C(4, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-4, -2) + [(4, 7) - (3, -1)] = (-3, 6)$$

$$M \left(\frac{-4+4}{2}, \frac{-2+7}{2} \right) = M \left(0, \frac{5}{2} \right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : 7x - y + 3 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 1 + 5\lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 7x - y + 3 = 0, \quad s : 5x + y - 6 = 0$$

$$7(1 - \lambda) - (1 + 5\lambda) + 3 = 0 \implies \lambda = \frac{3}{4} \implies \left(\frac{1}{4}, \frac{19}{4} \right)$$

$$\cos \alpha = \frac{35 - 1}{\sqrt{50}\sqrt{26}} \implies \alpha = 19^\circ 26' 24''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (-5, 3)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{34} \implies \vec{v} = \frac{5}{\sqrt{34}}(-5, 3) = \left(\frac{-25}{\sqrt{34}}, \frac{15}{\sqrt{34}} \right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(7, -3)$ y radio $r = \sqrt{2}$

Solución:

$$(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 2 \implies x^2 + y^2 - 14x + 6y + 56 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 35 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -12 &\implies a = 6 \\ n = -2b = -4 &\implies b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{5} \end{aligned} \right\} \implies C(6, 2) \quad r = \sqrt{5}$$