

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Abril 2011

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$ donde $\vec{u} = (1, -2)$, $\vec{v} = (-3, 1)$ y $\vec{w} = (1, 0)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(1, -2) - 2(-3, 1) + (1, 0) = (10, -8)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-1, 3)$ y $B(8, 21)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(8, 21) - (-1, 3)] = (3, 6)$$

$$A_1 = A + (3, 6) = (-1, 3) + (3, 6) = (2, 9)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 6) = (2, 9) + (3, 6) = (5, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 6) = (5, 15) + (3, 6) = (8, 21)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(1, -3)$ respecto de $B(2, 2)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{2} = 2 \implies x = 3 \\ \frac{y-3}{2} = 2 \implies y = 7 \end{array} \right\} \implies A'(3, 7)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -1)$ y $B(-3, 5)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (-3, 5) - (1, -1) = (-4, 6)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -1) + \lambda(-4, 6)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 - 4\lambda \\ y = -1 + 6\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{6}$

Ecuación General: $3x + 2y - 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$, luego $m = -\frac{3}{2}$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -\frac{3}{2} \implies \alpha = 123^\circ 41' 24''$

Problema 5 Sean $A(-1, -2)$, $B(3, -1)$ y $C(4, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, -2) + [(4, 7) - (3, -1)] = (0, 6)$$

$$M \left(\frac{-1+4}{2}, \frac{-2+7}{2} \right) = M \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : 3x + y + 2 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 3x + y + 2 = 0, \quad s : 2x + y - 3 = 0$$

$$3(1 - \lambda) + (1 + 2\lambda) + 2 = 0 \implies \lambda = 6 \implies (-5, 13)$$

$$\cos \alpha = \frac{6 + 1}{\sqrt{10}\sqrt{5}} \implies \alpha = 8^\circ 7' 48''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (2, -1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{5} \implies \vec{v} = \frac{5}{\sqrt{5}}(2, -1) = (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, -2)$ y radio $r = \sqrt{7}$

Solución:

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 7 \implies x^2 + y^2 - 6x + 4y + 6 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 26 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -10 &\implies a = 5 \\ n = -2b = -4 &\implies b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \implies C(5, 2) \quad r = \sqrt{3}$$