Examen de Matemáticas 4º de ESO

Marzo 2011

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 4587^o a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\dfrac{10\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $203^o25'50''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $4587^o = 12 \cdot 360^o + 267^o$
2. $\dfrac{10\pi}{7}$ radianes$= 257^o8'34''$
3. $203^o25'50'' = 1,130\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 45^o
Solución:

$$\sin 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 45^o = 1$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30^o, 45^o y 60^o calcular las de 300^o y 210^o.
Solución

$$300^o = 360^o - 60^o$$

$$\sin 300^o = -\sin 60^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 300^o = \cos 60^o = \frac{1}{2}$$

$$\tan 300^o = -\tan 60^o = -\sqrt{3}$$

$$210^o = 180^o + 30^o$$

$$\sin(210^o) = -\sin 30^o = -\frac{1}{2}, \quad \cos(210^o) = -\cos 60^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(210^o) = \tan 30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

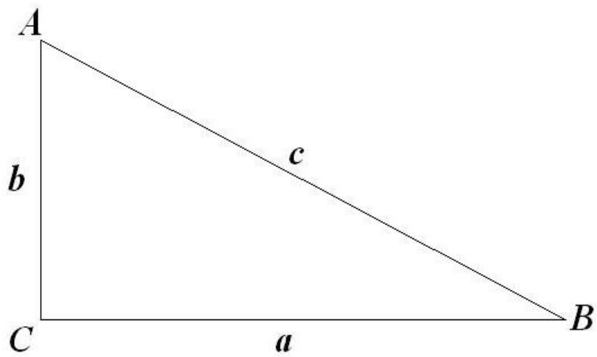
Problema 4 Sabiendo que $\tan\alpha = -6$ y que $\alpha \in$segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.
Solución:

$$\tan\alpha = -6 \Longrightarrow \cot\alpha = -\frac{1}{6}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = \frac{\sqrt{37}}{6}, \quad \sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{37}}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{37}, \quad \cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{37}}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $B = 57^{\rm o}$ y su cateto contiguo $a = 9\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.



Solución:

$$A = 90^{\rm o} - 57^{\rm o} = 33^{\rm o}$$

$$\tan B = \frac{b}{a} \Longrightarrow b = 13,859\,cm$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Longrightarrow c = 16,525\,cm$$

$$C = 90^{\rm o}$$

Problema 6 Calcular el área de un dodecágono regular de $8\,m$ de lado.

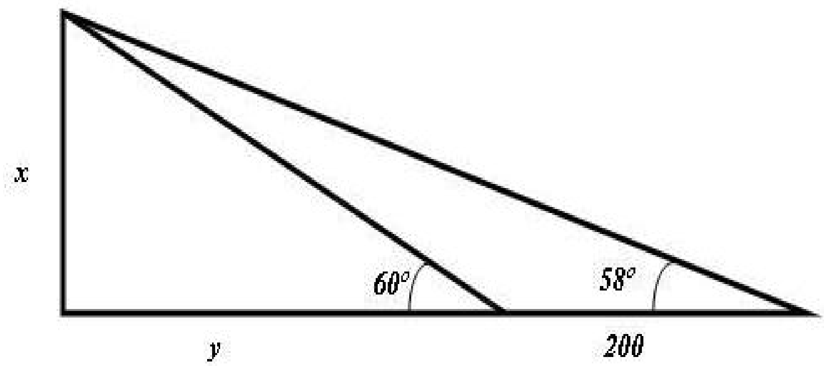
Solución:

$\dfrac{360^{\rm o}}{12} = 30^{\rm o} \Longrightarrow \tan 15^{\rm o} = \dfrac{4}{h} \Longrightarrow h = 14,928\,m$

$S = \dfrac{p\cdot h}{2} = \dfrac{8\cdot 12\cdot 14,928}{2} = 716,554\,m^2$
donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 Julio Alberto, Roberto, Javier y Marta nos vienen contando una bonita historia de aventuras. Han estado haciendo barranquismo y hacen grandes alardes de valor personal en la lucha contra implacables elementos naturales. En particular nos contaron que se habían lanzado en tirolina por encima de árboles y barrancos. Después de preguntarles a fondo sobre este suceso sacamos las siguientes medidas. Desde abajo se veía el principio de la tirolina con un ángulo de 60º y retrocediendo 200 metros desde ese punto se volvía a ver el principio de la tirolina con un ángulo de 58º.

Calcular la altura de la tirolina y la distancia que les separa hasta la base en la que se alza. ¿Nos están contando una trola o podemos creerlos?
Solución:



$$\begin{cases} \tan 60^{o} = \frac{x}{y-200} \\ \\ \tan 58^{o} = \frac{x}{y} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 4208,84\,\mathrm{m} \\ \\ y = 2629,97\,\mathrm{m} \end{cases}$$

No es posible creerlos.