

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2011

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 7x & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable (agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable (salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 5kx^2 + 2kx - 7 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 2kx + 8 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$5k + 2k - 7 = 1 - 2k + 8 \implies k = 16/9$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x - 8}}{5x - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - \sqrt{4x^2 + 2})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 + x + 8}{7x^2 - x - 1} \right)^{x^3 + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x} \right)^{x+2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 12}{2x^3 - 6x^2 + x - 3}$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{3x^3 + 5x^2 - 10x + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3x + 3}}{x - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x + 3}}{x - 4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - 3x^5 + x^2 + 5}{3x^6 + 3x^3 - x - 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x - 8}}{5x - 1} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - \sqrt{4x^2 + 2}) = -\frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 + x + 8}{7x^2 - x - 1} \right)^{x^3 + 1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x} \right)^{x + 2} = e^{-1/5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 12}{2x^3 - 6x^2 + x - 3} = \frac{16}{19}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{3x^3 + 5x^2 - 10x + 2} = \frac{11}{9}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3x + 3}}{x - 4} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x + 3}}{x - 4} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - 3x^5 + x^2 + 5}{3x^6 + 3x^3 - x - 1} = \frac{4}{3}$$