

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Junio 2011

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ 4x^2 - 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 7x - 1 & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ x^2 + 7 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable (agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable (salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 5kx^2 + 2kx - 1 & \text{si } x < 1 \\ 3kx^2 + x - 3k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$5k + 2k - 1 = 3k + 1 - 3k \implies k = 2/7$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + x - 3}}{3x + 8}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2x - 2})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^2 + 1} \right)^{x^2+1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 1}{4x} \right)^{2x-1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 4x^2 - 3x - 9}{x^3 - 2x^2 - x - 6}$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x - 2}{x^3 - 4x^2 + 6x - 3}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 6} - \sqrt{3x + 4}}{x - 5}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{3x - 1}}{x - 1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x^3 - 7x + 1}{2x^5 + 4x^2 + x - 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + x - 3}}{3x + 8} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2x - 2}) = -\frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^2 + 1} \right)^{x^2 + 1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 1}{4x} \right)^{2x - 1} = e^{-1/2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 4x^2 - 3x - 9}{x^3 - 2x^2 - x - 6} = \frac{27}{14}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x - 2}{x^3 - 4x^2 + 6x - 3} = 12$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 6} - \sqrt{3x + 4}}{x - 5} = \frac{7\sqrt{19}}{38}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{3x - 1}}{x - 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x^3 - 7x + 1}{2x^5 + 4x^2 + x - 1} = \frac{3}{2}$$