

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Junio 2011

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 - 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 3x + 1 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2x^2 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ hay una discontinuidad evitable (agujero), en $x = 2$ es continua, y en $x = 3$ es discontinua no evitable (salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 7kx^2 + 5x - 2k & \text{si } x < 1 \\ kx^2 - 2kx + 11 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$7k + 5 - 2k = k - 2k + 11 \implies k = 1$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + x} - 5}{2x + 8}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x + 3} - \sqrt{9x^2 + 2})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2}{2x^2 + 1} \right)^{x^2 - 5}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 8}{5x - 1} \right)^{2x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 + x - 12}{x^3 - x^2 - 4x - 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^3 + 2x^2 - 9x + 1}{3x^3 + 2x^2 - 6x + 1}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{5x + 3}}{x - 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{3x - 2}}{x - 5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 2x - 1}{3x^5 + x^3 + x - 3}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + x - 5}}{2x + 8} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x + 3} - \sqrt{9x^2 + 2}) = \frac{1}{6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2}{2x^2 + 1} \right)^{x^2 - 5} = \infty$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 8}{5x - 1} \right)^{2x} = e^{18/5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 + x - 12}{x^3 - x^2 - 4x - 6} = \frac{25}{17}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^3 + 2x^2 - 9x + 1}{3x^3 + 2x^2 - 6x + 1} = \frac{13}{7}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{5x + 3}}{x - 2} = \frac{5\sqrt{13}}{26}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{3x - 2}}{x - 5} = -\frac{\sqrt{13}}{26}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 2x - 1}{3x^5 + x^3 + x - 3} = \frac{8}{3}$$