

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Mayo 2011

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - x - 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -1) \cup (2, 3] \cup [4, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - x - 12}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -\frac{1}{3} \implies \left(0, -\frac{1}{3}\right)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 5x + 4 = 0 \implies (1, 0)$
el otro punto en $x = 4$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 7}, \quad g(x) = 5x - 1$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{3x + 1}{x - 7}\right) = \frac{3\frac{3x+1}{x-7} + 1}{\frac{3x+1}{x-7} - 7} = \frac{5x - 2}{25 - 2x}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{3x + 1}{x - 7}\right) = 5\frac{3x + 1}{x - 7} - 1 = \frac{14x + 12}{x - 7}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(5x - 1) = \frac{3(5x - 1) + 1}{(5x - 1) - 7} = \frac{15x - 2}{5x - 8}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(5x - 1) = 5(5x - 1) - 1 = 25x - 6$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{6x + 3}{x + 1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{6x + 3}{x + 1} &\implies yx + y = 6x + 3 \implies yx - 6x = -y + 3 \implies \\ &\implies x = \frac{3 - y}{y - 6} \implies f^{-1}(x) = \frac{3 - x}{x - 6} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{6x^2 - 2x + 8}{3x^2 - 1}; \quad g(x) = \frac{x^2 + 6}{5x^3}; \quad h(x) = \frac{x^8 - x^2}{x^2 + 7}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{6x^2 - 2x + 8}{3x^2 - 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 6}{5x^3} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^8 - x^2}{x^2 + 7} \text{ es par}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (8x^5 - 4x^3 - 7x + 2)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 5x^2 + 3 + 1}{-6x^2 + 2x + 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 5x - 2}{3x^3 - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 9x + 5}{5x^2 + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6x^2 + x - 7}}{x + 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x - 12}}{3x - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x + 1} - \sqrt{5x - 1})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (8x^5 - 4x^3 - 7x + 2) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 5x^2 + 3 + 1}{-6x^2 + 2x + 3} = -\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 5x - 2}{3x^3 - 4} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 9x + 5}{5x^2 + 1} = \frac{8}{5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + x - 7}{x + 2} = \sqrt{6}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x-12}}{3x-2} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+1} - \sqrt{5x-1}) = 0$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+6}{3x-7} \right)^{5x+2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2+2x-1}{7x^2+9} \right)^{\frac{8x+7}{3}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x} \right)^{5x}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+6}{3x-7} \right)^{5x+2} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2+2x-1}{7x^2+9} \right)^{\frac{8x+7}{3}} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x} \right)^{5x} = e^{-1}$$