

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2011**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - x - 2}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -4] \cup (-1, 1] \cup (2, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 2x - 3}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -5 \implies (0, -5)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 8x + 15 = 0 \implies (5, 0)$  el otro punto en  $x = 3$  se anula el denominador.

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x - 3}, \quad g(x) = 5x - 1$$

**Solución:**

1.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x + 5}{x - 3}\right) = \frac{2\frac{2x+5}{x-3} + 5}{\frac{2x+5}{x-3} - 3} = \frac{9x - 5}{14 - x}$
2.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2x + 5}{x - 3}\right) = 5\frac{2x + 5}{x - 3} - 1 = \frac{9x + 28}{x - 3}$
3.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(5x - 1) = \frac{2(5x - 1) + 5}{(5x - 1) - 3} = \frac{10x + 3}{5x - 4}$
4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(5x - 1) = 5(5x - 1) - 1 = 25x - 6$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{5x + 2}{x + 3}$

**Solución:**

$$y = \frac{5x + 2}{x + 3} \implies yx + 3y = 5x + 2 \implies yx - 5x = -3y + 2 \implies \\ \implies x = \frac{2 - 3y}{y - 5} \implies f^{-1}(x) = \frac{2 - 3x}{x - 5}$$

**Problema 5** Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}; \quad g(x) = \frac{5x^4 - x^2 + 2}{3x^2 + 1}; \quad h(x) = \frac{3x^2 + 4x + 1}{3x^2 + 1}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2x^3}{x^2 - 1} \text{ es impar} \\ g(x) &= \frac{5x^4 - x^2 + 2}{3x^2 + 1} \text{ es par} \\ h(x) &= \frac{3x^2 + 4x + 1}{3x^2 + 1} \text{ no es ni par ni impar} \end{aligned}$$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x^5 + x^3 - 3x - 1)$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 3}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 3x + 1}{5x^3 - 3}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 5x - 3}{2x^2 + 4x + 7}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 9}}{x - 5}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x - 5}}{9x + 1}$
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x + 1} - \sqrt{4x - 1})$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x^5 + x^3 - 3x - 1) = \infty$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 3} = \infty$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 3x + 1}{5x^3 - 3} = 0$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 5x - 3}{2x^2 + 4x + 7} = \frac{5}{2}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 9}}{x - 5} = \sqrt{2}$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x-5}}{9x+1} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x+1} - \sqrt{4x-1}) = 0$$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+3}{2x+9} \right)^{3x+1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2+5x+1}{8x^2-9} \right)^{\frac{4x+3}{5}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{4x}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+3}{2x+9} \right)^{3x+1} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2+5x+1}{8x^2-9} \right)^{\frac{4x+3}{5}} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{4x} = e^{-8}$$