

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2011**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 5}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -1] \cup (1, 3] \cup (5, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 5x + 6}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -\frac{5}{3} \implies \left(0, -\frac{5}{3}\right)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 + 3x - 10 = 0 \implies (-5, 0)$  el otro punto en  $x = 2$  se anula el denominador.

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}, \quad g(x) = 7x - 1$$

**Solución:**

1.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{3x + 1}{x - 2}\right) = \frac{3\frac{3x+1}{x-2} + 1}{\frac{3x+1}{x-2} - 2} = \frac{10x + 1}{x + 5}$
2.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{3x + 1}{x - 2}\right) = 7\frac{3x + 1}{x - 2} - 1 = \frac{20x + 9}{x - 2}$
3.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(7x - 1) = \frac{3(7x - 1) + 1}{(7x - 1) - 2} = \frac{21x - 2}{7x - 3}$
4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(7x - 1) = 7(7x - 1) - 1 = 49x - 8$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{7x + 1}{x - 2}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} y = \frac{7x + 1}{x - 2} &\implies yx - 2y = 7x + 1 \implies yx - 7x = 2y + 1 \implies \\ &\implies x = \frac{2y + 1}{y - 7} \implies f^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{x - 7} \end{aligned}$$

**Problema 5** Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{5x^6 + x^2}{3x^2 + 5}; \quad g(x) = \frac{3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 6}; \quad h(x) = \frac{x^2 + 8}{4x^3}$$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{5x^6 + x^2}{3x^2 + 5} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 6} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 8}{4x^3} \text{ es impar}$$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^4 - 5x^3 + 2x - 1)$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^2 - 2x + 5}{-2x^2 + x - 3}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x - 6}{x^4 + 1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 5x - 1}{5x^2 + 2x - 7}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + 6}}{x - 2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x - 5}}{x + 9}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x + 1} - \sqrt{3x - 1})$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^4 - 5x^3 + 2x - 1) = \infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^2 - 2x + 5}{-2x^2 + x - 3} = -\infty$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x - 6}{x^4 + 1} = 0$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 5x - 1}{5x^2 + 2x - 7} = \frac{7}{5}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + 6}}{x - 2} = \sqrt{7}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x-5}}{x+9} = 0$
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x-1}) = 0$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{8x+5}{7x-1} \right)^{2x+7}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+x-1}{3x^2-2} \right)^{\frac{3x+1}{2}}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+3} \right)^{2x}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{8x+5}{7x-1} \right)^{2x+7} = \infty$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+x-1}{3x^2-2} \right)^{\frac{3x+1}{2}} = 0$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+3} \right)^{2x} = e^{-8/3}$