

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2011**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x - 10}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -5) \cup [-2, 2) \cup [3, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = \frac{3}{2} \implies \left(0, \frac{3}{2}\right)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 4x + 3 = 0 \implies (3, 0)$   
el otro punto en  $x = 1$  se anula el denominador.

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x - 2}, \quad g(x) = 3x - 7$$

**Solución:**

1.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x + 5}{x - 2}\right) = \frac{2\frac{2x+5}{x-2} + 5}{\frac{2x+5}{x-2} - 2} = x$
2.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2x + 5}{x - 2}\right) = 3\frac{2x + 5}{x - 2} - 7 = \frac{x - 29}{2 - x}$
3.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x - 7) = \frac{2(3x - 7) + 5}{(3x - 7) - 2} = \frac{2x - 3}{x - 3}$
4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(3x - 7) = 3(3x - 7) - 7 = 9x - 28$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{5x - 2}{x + 1}$

**Solución:**

$$y = \frac{5x - 2}{x + 1} \implies yx + y = 5x - 2 \implies yx - 5x = -y - 2 \implies \\ \implies x = -\frac{y + 2}{y - 5} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x + 2}{x - 5}$$

**Problema 5** Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{5x^6 - x^2}{x^4 + 8}; \quad g(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 5}; \quad h(x) = \frac{x^2 - x + 7}{x^2 - 2}$$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{5x^6 - x^2}{x^4 + 8} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 5} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^2 - x + 7}{x^2 - 2} \text{ no es ni par ni impar}$$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 - 3x^4 + x^2 - 1)$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 - 2x + 7}{-2x^2 + x + 6}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 6x + 2}{3x^3 - 6}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x - 6}{3x^2 - 2x + 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 - x + 2}}{x + 1}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + 8}}{x + 5}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x - 1} - \sqrt{2x + 1})$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 - 3x^4 + x^2 - 1) = \infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 - 2x + 7}{-2x^2 + x + 6} = -\infty$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 6x + 2}{3x^3 - 6} = 0$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x - 6}{3x^2 - 2x + 1} = \frac{5}{3}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 - x + 2}}{x + 1} = \sqrt{5}$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+8}}{x+5} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x+1}) = 0$$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+4}{2x-1} \right)^{3x+8}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+9}{5x^2-7} \right)^{\frac{5x+1}{2}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x} \right)^{2x}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+4}{2x-1} \right)^{3x+8} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+9}{5x^2-7} \right)^{\frac{5x+1}{2}} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x} \right)^{2x} = e^{-3}$$