

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2010

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

7 ; $4,1515\dots$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{49}$; $6,121314\dots$; $\frac{4}{5}$; 0 ; $17,181212\dots$; $2,121122\dots$; $3,222\dots$

Solución:

$7 \in \mathbb{N}$; $4,1515\dots \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{3} \in \text{irracional}$; $\sqrt{49} \in \mathbb{N}$; $6,121314\dots \in \text{irracional}$; $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $17,181212\dots \in \mathbb{Q}$; $2,121122\dots \in \text{irracional}$; $3,222\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-4, 2)$, $B = [1, 2)$ y $C = (0, 7)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [-4, 8), \quad A \cup C = [-4, 7), \quad B \cap C = [1, 7), \quad B \cup C = (0, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(-1, 11)$
2. $[2, 8]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(-1, 11) = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 11\} = E(5, 6) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| < 6\}$
2. $[2, 8] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 8\} = \overline{E}(5, 3) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| \leq 3\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{32} - \frac{1}{5}\sqrt{98} + \sqrt{50}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt{7}}$$

Solución:

$$\sqrt{32} - \frac{1}{5}\sqrt{98} + \sqrt{50} = \frac{38\sqrt{2}}{5}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt{7}} = \sqrt[6]{\frac{4}{49}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{1 - \sqrt{2}}; \quad \frac{7}{\sqrt[5]{7^3}}; \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = -(1 + \sqrt{2}); \quad \frac{7}{\sqrt[5]{7^3}} = \sqrt[5]{49}, \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{15} + \sqrt{10}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{625x^7y^4}{7776z^5t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{3xy}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{625x^7y^4}{7776z^5t^8}} = \frac{5xy}{6zt^2} \sqrt[4]{\frac{x^3}{6z}}; \quad \frac{3xy}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{3xy}{2zt}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(3x - 1) + 1 = \log x$

2. $\log(x^2 - 3) - 2 = \log x$

Solución:

1. $\log(3x - 1) + 1 = \log x \implies \log 10(3x - 1) = \log x \implies$

$$29x = 10 \implies x = 10/29.$$

2. $\log(x^2 - 3) - 2 = \log x \implies \log \frac{x^2 - 3}{100} = \log x \implies$

$$x^2 - 100x - 3 = 0 \implies x = 100,03 \text{ y } x = -0,03 \text{ no vale}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy) &= 5 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(xy) &= 5 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 4 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x + \log y &= 5 \\ 2\log x - \log y &= 4 \end{cases} \implies \begin{cases} u + v &= 5 \\ 2u - v &= 4 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1000 \\ y = 100 \end{cases}$$