

## Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2010

---

---

**Problema 1** (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

1 ; 2,2525... ;  $\pi$  ;  $\sqrt{16}$  ; 6,101102103... ;  $\frac{7}{5}$  ; 0; 23,011212... ; 3,107108... ; 3,777...

**Solución:**

$1 \in N$ ;  $2,2525... \in Q$ ;  $\pi \in$  irracional;  $\sqrt{16} \in N$ ;  $6,101102103... \in$  irracional;  $\frac{7}{5} \in Q$ ;  $0 \in N$ ;  $23,011212... \in Q$ ;  $3,107108... \in$  irracional;  $3,777... \in Q$

**Problema 2** (1 punto) Dados los intervalos  $A = [-2, 5)$ ,  $B = [2, 7)$  y  $C = (1, 6)$ , calcular  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cap C$  y  $B \cup C$

**Solución:**

$$A \cap B = [-2, 7), \quad A \cup C = [-2, 6), \quad B \cap C = [2, 5), \quad B \cup C = (1, 7)$$

**Problema 3** (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1.  $(5, 15)$
2.  $[4, 22]$

(Recuerda la definición de entorno,  $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$ ).

**Solución:**

1.  $(5, 15) = \{x \in R : 5 < x < 15\} = E(10, 5) = \{x \in R : |x - 10| < 5\}$
2.  $[4, 22] = \{x \in R : 4 \leq x \leq 22\} = \overline{E}(13, 9) = \{x \in R : |x - 13| \leq 9\}$

**Problema 4** (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{343} + \sqrt{63}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}}$$

**Solución:**

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{343} + \sqrt{63} = \frac{8\sqrt{7}}{3}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{125}{4}}$$

**Problema 5** (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5}}; \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}}; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

**Solución:**

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5}} = -(2 - \sqrt{5}); \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}} = \sqrt[6]{3}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{21} + \sqrt{15}}{2}$$

**Problema 6** (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{25x^2y^2}}$$

**Solución:**

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}} = \frac{5xy}{6zt^2} \sqrt[4]{\frac{5xy^3}{8z^3}}; \quad \frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{25x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{5x^4y}{2zt}}$$

**Problema 7** (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1.  $2 \log x + 1 = \log(3x + 5)$
2.  $\log(5x - 1) - 1 = \log x$

**Solución:**

1.  $2 \log x + 1 = \log(3x + 5) \implies \log 10x^2 = \log(3x + 5) \implies$   
 $10x^2 - 3x - 5 = 0 \implies x = 0,87 \quad x = -0,57$  no vale.
2.  $\log(5x - 1) - 1 = \log x \implies \log \frac{5x - 1}{10} = \log x \implies$   
 $5x = -1 \implies x = -1/5$  no vale

**Problema 8** (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 1 \end{cases}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^2y^2) = 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 1 \end{cases} &\implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y = 4 \\ 2\log x - \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v = 4 \\ 2u - v = 1 \end{cases} \\ &\implies \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$