

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Abril 2010**

---

---

**Problema 1** (1 puntos) Calcular el vector  $\vec{z} = 4\vec{u} - \vec{v} - 2\vec{w}$  donde  $\vec{u} = (1, 1)$ ,  $\vec{v} = (-7, 2)$  y  $\vec{w} = (0, 4)$

**Solución:**

$$\vec{z} = 4(1, 1) - (-7, 2) - 2(0, 4) = (11, -6)$$

**Problema 2** (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos  $A(-4, 1)$  y  $B(20, 19)$  en tres partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(20, 19) - (-4, 1)] = (8, 6)$$

$$A_1 = A + (8, 6) = (-4, 1) + (8, 6) = (4, 7)$$

$$A_2 = A_1 + (8, 6) = (4, 7) + (8, 6) = (12, 13)$$

$$B = A_3 = A_2 + (8, 6) = (12, 13) + (8, 6) = (20, 19)$$

**Problema 3** (1 punto) Encontrar el punto  $A'$  simétrico de  $A(-7, 1)$  respecto de  $B(1, 2)$

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-7}{2} = 1 \implies x = 9 \\ \frac{y+1}{2} = 2 \implies y = 3 \end{array} \right\} \implies A'(9, 3)$$

**Problema 4** (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos  $A(3, 2)$  y  $B(1, -2)$  y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

**Solución:**

$$\overrightarrow{BA} = (3, 2) - (1, -2) = (2, 4)$$

Ecuación Vectorial:  $(x, y) = (3, 2) + \lambda(2, 4)$

Ecuación Paramétrica:  $\begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 2 + 4\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua:  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{4}$

Ecuación General:  $2x - y - 4 = 0$

Ecuación Explícita:  $y = 2x - 4$ , luego  $m = 2$

Ecuación punto pendiente:  $y - 2 = 2(x - 3)$  Ángulo:  $m = \tan \alpha = 2 \implies \alpha = 63^\circ 26' 1''$

**Problema 5** Sean  $A(-5, -1)$ ,  $B(3, -1)$  y  $C(7, 5)$  vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

**Solución:**

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-5, -1) + [(7, 5) - (3, -1)] = (-1, 5)$$

$$M \left( \frac{-5+7}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = M(1, 2)$$

**Problema 6** (1 punto) Dadas las rectas  $r : 3x - y + 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}$ , calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

**Solución:**

$$r : 3x - y + 2 = 0, \quad s : 2x + y - 3 = 0$$

$$3(1 - \lambda) - (1 + 2\lambda) + 2 = 0 \implies \lambda = \frac{4}{5} \implies \left( \frac{1}{5}, \frac{13}{5} \right)$$

$$\cos \alpha = \frac{6 - 1}{\sqrt{10}\sqrt{5}} \implies \alpha = 45^\circ$$

**Problema 7** (1 punto) Dado el vector  $\vec{u} = (-2, 5)$  encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

**Solución:**

$$|\vec{u}| = \sqrt{29} \implies \vec{v} = \left( -\frac{14\sqrt{29}}{29}, \frac{35\sqrt{29}}{29} \right)$$

**Problema 8** (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro  $C(-1, 5)$  y radio  $r = \sqrt{5}$

**Solución:**

$$(x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 5 \implies x^2 + y^2 + 2x - 10y + 21 = 0$$

**Problema 9** (1 punto) Dada la circunferencia  $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 27 = 0$ , calcular su centro y su radio.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} m = -2a = 6 \implies a = -3 \\ n = -2b = -10 \implies b = 5 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \implies r = \sqrt{7} \end{array} \right\} \implies C(-3, 5) \quad r = \sqrt{7}$$