

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2010

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 4\vec{u} - \vec{v} - 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-4, 1)$, $\vec{v} = (-2, 0)$ y $\vec{w} = (5, 1)$

Solución:

$$\vec{z} = 4(-4, 1) - (-2, 0) - 2(5, 1) = (-24, 2)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 5)$ y $B(22, 20)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(22, 20) - (-2, 5)] = (8, 5)$$

$$A_1 = A + (8, 5) = (-2, 5) + (8, 5) = (6, 10)$$

$$A_2 = A_1 + (8, 5) = (6, 10) + (8, 5) = (14, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (8, 5) = (14, 15) + (8, 5) = (22, 20)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(6, -2)$ respecto de $B(1, 2)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+6}{2} = 1 \implies x = -4 \\ \frac{y-2}{2} = 2 \implies y = 6 \end{array} \right\} \implies A'(-4, 6)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -4)$ y $B(3, 0)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 0) - (1, -4) = (2, 4)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -4) + \lambda(2, 4)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -4 + 4\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{4}$

Ecuación General: $2x - y - 6 = 0$

Ecuación Explícita: $y = 2x - 6$, luego $m = 2$

Ecuación punto pendiente: $y + 4 = -2(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = 2 \implies \alpha = 63^\circ 26' 5''$

Problema 5 Sean $A(-5, 1)$, $B(3, -1)$ y $C(4, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-5, 1) + [(4, 7) - (3, -1)] = (-4, 9)$$

$$M\left(\frac{-5+4}{2}, \frac{1+7}{2}\right) = M\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$$

Problema 6 (1 puntos) Dadas las rectas $r : 2x - 3y + 1 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 2x - 3y + 1 = 0, \quad s : x - y - 1 = 0$$

$$2(2 - \lambda) - 3(1 - \lambda) + 1 = 0 \implies \lambda = -2 \implies (4, 3)$$

$$\cos \alpha = \frac{2+3}{\sqrt{13}\sqrt{2}} \implies \alpha = 11^\circ 18' 36''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (1, 5)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{26} \implies \vec{v} = \left(\frac{7\sqrt{26}}{26}, \frac{35\sqrt{26}}{26}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(1, -7)$ y radio $r = \sqrt{5}$

Solución:

$$(x - 1)^2 + (y + 7)^2 = 5 \implies x^2 + y^2 - 2x + 14y + 45 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 14y + 47 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = 2 &\implies a = -1 \\ n = -2b = -14 &\implies b = 7 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \implies C(-1, 7) \quad r = \sqrt{3}$$