Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2010

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 4\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} - 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (2,2)$, $\overrightarrow{v} = (3,-2)$ y $\overrightarrow{w} = (0,-4)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 4(2,2) - (3,-2) - 2(0,-4) = (5,18)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(3,-1)$ y $B(21,17)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(21,17) - (3,-1)] = (6,6)$$

$$A_1 = A + (6,6) = (3,-1) + (6,6) = (9,5)$$

$$A_2 = A_1 + (6,6) = (9,5) + (6,6) = (15,11)$$

$$B = A_3 = A_2 + (6,6) = (15,11) + (6,6) = (21,17)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(-1,4)$ respecto de $B(1,2)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{2} = 1 \Longrightarrow x = 3 \\ \\ \dfrac{y+4}{2} = 2 \Longrightarrow y = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(3,0)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(3,-1)$ y $B(2,-3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{BA} = (3,-1) - (2,-3) = (1,2)$$

Ecuación Vectorial: $(x,y) = (3,-1) + \lambda(1,2)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2}$

Ecuación General: $2x - y - 7 = 0$

Ecuación Explícita: $y = 2x - 7$, luego $m = 2$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = 2(x-3)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = 2 \Longrightarrow \alpha = 63^{\circ}26'1''$

Problema 5 Sean $A(2,-3)$, $B(3,-1)$ y $C(6,5)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (2,-3) + [(6,5)-(3,-1)] = (5,3)$$

$$M\left(\frac{2+6}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = M\,(4,1)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r : x-2y+1 = 0$ y $s : \left\{ \begin{array}{l} x = 1-3\lambda \\ y = 1-\lambda \end{array} \right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x-2y+1 = 0, \quad s : x-3y+2 = 0$$

$$(1-3\lambda)-2(1-\lambda)+1 = 0 \Longrightarrow \lambda = 0 \Longrightarrow (1,1)$$

$$\cos\alpha = \frac{1+6}{\sqrt{5}\sqrt{10}} \Longrightarrow \alpha = 8^{o}7'49''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-1,3)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{10} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(-\frac{7\sqrt{10}}{10}, \frac{21\sqrt{10}}{10}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(1,-2)$ y radio $r = \sqrt{5}$
Solución:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + +y^2 + 10x - 6y + 31 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = 10 \Longrightarrow a = -5 \\ n = -2b = -6 \Longrightarrow b = 3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{3} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-5,3) \;\; r = \sqrt{3}$$