Examen de Matemáticas 4º de ESO

Febrero 2009

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 3723° a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\frac{12\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $128^\circ 12' 14''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $3723^\circ = 10 \cdot 360^\circ + 123^\circ$
2. $\frac{12\pi}{7}$ radianes$= 308^\circ 34' 17''$
3. $128^\circ 12' 14'' = 0,712\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 60°
Solución:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30°, 45° y 60° calcular las de 135° y 300°.
Solución

$$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$$

$$\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = -\tan 45^\circ = -1$$

$$300^\circ = 360^\circ - 60^\circ = -60^\circ$$

$$\sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

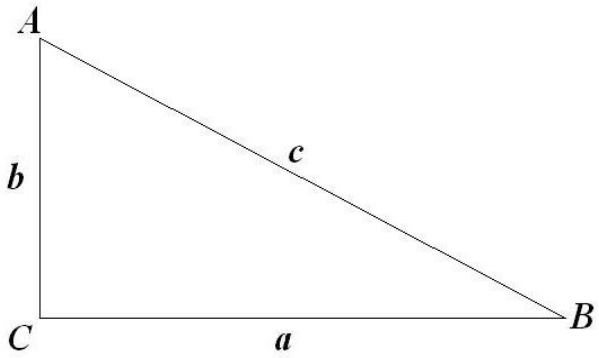
Problema 4 Sabiendo que $\cot \alpha = -1/2$ y que $\alpha \in$cuarto cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.
Solución:

$$\cot \alpha = -\frac{1}{2} \Longrightarrow \tan \alpha = -2$$

$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha\Longrightarrow\csc\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{2},\quad\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan^2\alpha+1=\sec^2\alpha\Longrightarrow\sec\alpha=\sqrt{5},\quad\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $B=40^{\text{o}}$ y su hipotenusa $c=5\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.



Solución:

$$A=90^{\text{o}}-40^{\text{o}}=50^{\text{o}}$$

$$\sin A=\frac{a}{c}\Longrightarrow a=3,214\,cm$$

$$\sin B=\frac{b}{c}\Longrightarrow b=3,830\,cm$$

$$C=90^{\text{o}}$$

Problema 6 Calcular el área de un pentágono regular de $10\,m$ de lado.

Solución:

$\frac{360^{\text{o}}}{5}=72^{\text{o}}\Longrightarrow\tan 36^{\text{o}}=\frac{5}{h}\Longrightarrow h=6,881\,m$

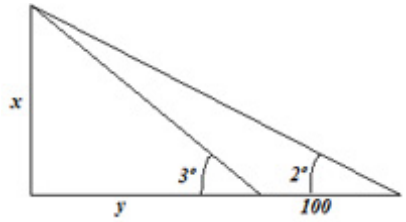
$S=\frac{p\cdot h}{2}=\frac{5\cdot 10\cdot 6,881}{2}=172,047\,m^2$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 Laura, María, Andrea, Adriana, Emma, Leticia, Inés, Shara y Natalia se encuentran caminando por el desierto y sus fuerzas han llegado al límite. La deshidratación y el cansancio las nubla el pensamiento y sus cerebros comienzan a jugar con visiones y espejismos. En un momento dado se quedan paradas, ante ellas pueden ver un oasis con un una palmera y un laguna de frescas aguas. Las parece mentira y piensan que es un espejismo. Laura se acuerda del profesor de matemáticas de 4ºESO y comienza a hacer

mediciones mentales. Se ve la altura de la palmera bajo un ángulo de 2^o y cuando se aproximaron 100 metros hacia ella con un ángulo de 3^o.
¿Qué altura tiene la palmera?
¿A qué distancia se encuentran de ella?
¿Será un espejismo?

Solución:



$$\begin{cases} \tan 2^o = \frac{x}{y+100} \\ \\ \tan 3^o = \frac{x}{y} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 10,466\,\mathrm{m} \\ \\ y = 199,695\,\mathrm{m} \end{cases}$$