

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Febrero 2009

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 4831° a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\frac{2\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $243^\circ 15' 12''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $4831^\circ = 13 \cdot 360^\circ + 151^\circ$
2. $\frac{2\pi}{7}$ radianes = $51^\circ 25' 43''$
3. $243^\circ 15' 12'' = 1,351\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 30°

Solución:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60° calcular las de 225° y -60° .

Solución

$$\begin{aligned} 225^\circ &= 180^\circ + 45^\circ \\ \sin 225^\circ &= -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 225^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan 225^\circ &= \tan 45^\circ = 1 \end{aligned}$$

$$\sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

Problema 4 Sabiendo que $\tan \alpha = -3$ y que $\alpha \in$ segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

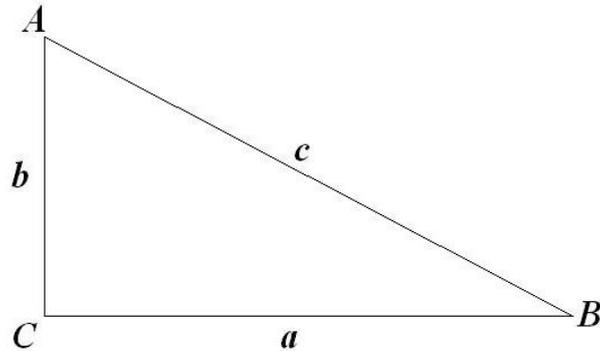
Solución:

$$\tan \alpha = -3 \implies \cot \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = \frac{\sqrt{10}}{3}, \quad \sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\sqrt{10}, \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $B = 41^\circ$ y su cateto contiguo $a = 3 \text{ cm}$. Calcular sus lados y ángulos restantes.



Solución:

$$A = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$$

$$\tan B = \frac{b}{a} \implies b = 2,61 \text{ cm}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \implies c = 3,98 \text{ cm}$$

$$C = 90^\circ$$

Problema 6 Calcular el área de un octógono regular de 10 m de lado.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \implies \tan 22^\circ 30' = \frac{5}{h} \implies h = 12,071 \text{ m}$$

$$S = \frac{p \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 10 \cdot 12,071}{2} = 482,843 \text{ m}^2$$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

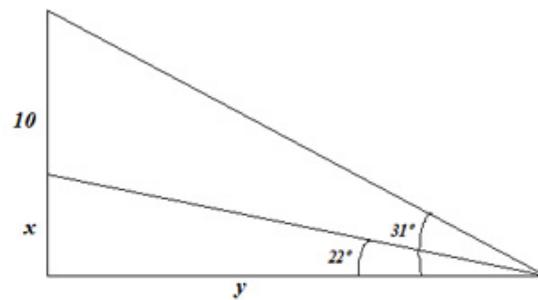
Problema 7 Roberto, Guillermo, Ismael, Pedro, David, Victor, Carlos, Gabriel e Israel se encuentran muy preocupados por el examen de trigonometría y, ante el posible fracaso, se deciden por robarlo. Saben que ese examen con sus soluciones se encuentra en el domicilio del profesor, les bastará una cuerda para descolgarse mediante un "rápel" desde lo más alto del edificio. En la calle se queda Israel para avisar de una inesperada llegada del profesor.

La maniobra hubiera sido éxito, pero toda la maniobra fué observada en la lejanía y el profesor dejó que se produjera el robo del examen.

Cuando se marcharon contentos por el éxito obtenido, el profesor se situó en el punto en el que Israel vigilaba atentamente. Desde este punto se veía el tejado del edificio bajo un ángulo de 31° y la terraza por la que entraron

con otro de 22° . La altura que se descolgaron era de 10 metros
La pregunta del examen había cambiado, ahora les preguntan por la altura a la que se encuentra la terraza de la vivienda del profesor y por la distancia a la que se encontraba Israel de la base de ese edificio.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 31^\circ = \frac{x+10}{y} \\ \tan 22^\circ = \frac{x}{y} \end{cases} \implies \begin{cases} x = 20,526 \text{ m} \\ y = 50,804 \text{ m} \end{cases}$$