

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2009

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

-2 ; $3, 15$; 0 ; $\sqrt{7}$; $1, 1122111222\dots$; $-\frac{1}{2}$; 6 ; $17, 102121\dots$; $3, 1121122123\dots$; $6, 222\dots$

Solución:

$-2 \in \mathbb{Z}$; $3, 15 \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $\sqrt{7} \in \text{irracional}$; $1, 1122111222\dots \in \text{irracional}$; $-\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$; $6 \in \mathbb{N}$; $17, 102121\dots \in \mathbb{Q}$; $3, 1121122123\dots \in \text{irracional}$; $6, 222\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-5, 3)$, $B = [2, 8)$ y $C = (0, 7)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [2, 3), \quad A \cup C = [-5, 7), \quad B \cap C = [2, 7), \quad B \cup C = (0, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(5, 15)$

2. $[7, 13]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(5, 15) = \{x \in \mathbb{R} : 5 < x < 15\} = E(10, 5) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 10| < 5\}$

2. $[7, 13] = \{x \in \mathbb{R} : 7 \leq x \leq 13\} = \overline{E}(10, 3) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 10| < 3\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{32} + \frac{1}{5}\sqrt{72} - \sqrt{50}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt[3]{3}}$$

Solución:

$$\sqrt{32} + \frac{1}{5}\sqrt{72} - \sqrt{50} = \frac{\sqrt{2}}{5}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[6]{\frac{28}{9}},$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{1 - \sqrt{7}}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^4}}; \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{3}{1-\sqrt{7}} = -\frac{1+\sqrt{7}}{6}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^4}} = \sqrt[7]{27}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{21} + \sqrt{14}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^3}{1250z^6t^4}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2x^2y}{2z^2t^2} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^3y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^3}{1250z^6t^4}} = \frac{6x}{5zt} \sqrt[4]{\frac{xy^3}{z^2}}; \quad \frac{2x^2y}{2z^2t^2} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{9x^3y^2}} = \sqrt[3]{\frac{4x^3y}{9z^4t^4}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(3x^2 + 1) - 2 = \log(2x)$

2. $\log(x + 1) - \log x = 1$

Solución:

1. $\log(3x^2 + 1) - 2 = \log(2x) \implies \log \frac{3x^2 + 1}{100} = \log(2x) \implies$

$$3x^2 - 200x + 1 = 0 \implies x = 66,66 \text{ y } x = -0,46 \text{ no vale.}$$

2. $\log(x + 1) - \log x = 1 \implies \log \frac{x + 1}{x} = \log 10 \implies$

$$9x = 1 = 0 \implies x = \frac{1}{9}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) &= 12 \\ \log\left(\frac{x^2}{y^3}\right) &= 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^2y) &= 12 \\ \log\left(\frac{x^2}{y^3}\right) &= 4 \end{cases} &\implies \begin{cases} 2\log x + \log y &= 12 \\ 2\log x - 3\log y &= 4 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + v &= 12 \\ 2u - 3v &= 4 \end{cases} \\ &\implies \begin{cases} u = \log x = 5 \\ v = \log y = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 100000 \\ y = 100 \end{cases} \end{aligned}$$