

Examen de Matemáticas 4º de ESO.
Febrero 2010

Problema 1 (6 puntos) Factoriza los siguientes polinomios:

1. $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2$
2. $Q(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 2$
3. $R(x) = x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 52x + 21$
4. $S(x) = x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 12x^2$
5. $T(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 27x$
6. $U(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x - 1$

Solución:

1. $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2 = (x + 1)^2(x - 1)(x - 2)$
2. $Q(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 2 = (x + 1)^2(x - 1)(x + 2)$
3. $R(x) = x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 52x + 21 = (x - 1)^2(x - 3)(x - 7)$
4. $S(x) = x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 12x^2 = x^2(x - 2)^2(x - 3)$
5. $T(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 27x = x(x + 3)(x - 3)^2$
6. $U(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = (x - 1)^2(x + 1)(3x - 1)$

Problema 2 (1 puntos) Calcular el MCD y el mcm de $P(x)$ y $U(x)$

Solución: $\text{MCD}(P(x), U(x)) = (x - 1)(x + 1)$

$\text{mcm}(P(x), U(x)) = (x - 1)^2(x + 1)^2(x - 2)(3x - 1)$

Problema 3 (2 puntos) Simplificar:

1. $\frac{P(x)}{U(x)}$
2. $\frac{P(x)}{Q(x)}$

Solución:

1. $\frac{P(x)}{U(x)} = \frac{(x+1)^2(x-1)(x-2)}{(x-1)^2(x+1)(3x-1)} = \frac{x^2-x-2}{3x^2-4x+1}$
2. $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x+1)^2(x-1)(x-2)}{(x+1)^2(x-1)(x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$

Problema 4 (1 puntos) Resolver la ecuación:

$$\frac{x-3}{x+2} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2+x-2}$$

Solución:

$$\frac{x-3}{x+2} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2+x-2} \implies x = \frac{1}{3}$$

Problema 5 (2 punto) Resolver las siguientes inecuaciones:

1. $\frac{x^2-5x+6}{x+2} > 0$
2. $\frac{6x-2}{4} - \frac{x}{2} > \frac{x-1}{6}$

Solución:

1. $\frac{x^2-5x+6}{x+2} > 0 \implies (-2, 2) \cup (3, +\infty)$
2. $\frac{6x-2}{4} - \frac{x}{2} > \frac{x-1}{6} \implies \left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$

Problema 6 (1 punto) Resolver la ecuación logarítmica:

$$\log(2+x) - \log x = 3$$

Solución:

$$\log(2+x) - \log x = 3 \implies \frac{2+x}{x} = 1000 \implies 999x = 2 \implies x = \frac{2}{999}$$