

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Octubre 2008

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$6 \in N$; $7,5252\dots \in Q$; $\pi \in$ irracionales; $\sqrt{36} = 6 \in N$; $3,5577555777\dots \in$ irracionales; $-\frac{3}{4} \in Q$; $-1 \in Z$; $1,143939\dots \in Q$; $7,772773774\dots \in$ irracionales; $9,999\dots \in Q$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-3, 7]$, $B = (-5, 3]$ y $C = (0, 7)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-3, 3], \quad A \cup C = (-3, 7], \quad B \cap C = (0, 3], \quad B \cup C = (-5, 7)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $[-3, 11]$
2. $(1, 9)$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $[-3, 11] = \{x \in R : -3 \leq x \leq 11\} = \overline{E}(4, 7) = \{x \in R : |x - 4| \leq 7\}$
2. $(1, 9) = \{x \in R : 1 < x < 9\} = E(5, 4) = \{x \in R : |x - 5| < 4\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{192} + \sqrt{147}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{5}}$$

Solución:

$$\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{192} + \sqrt{147} = 16\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{10},$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{4}{1 + \sqrt{5}}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}}; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}}$$

Solución:

$$\frac{4}{1 + \sqrt{5}} = -1 + \sqrt{5}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}} = \sqrt[7]{3^5}; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} = -\frac{3 + \sqrt{21}}{4}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}} = \frac{6xy}{5zt} \sqrt[4]{\frac{3x^3y}{t}} \quad \frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^2y^4}{3zt}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(5x + 9) - 1 = \log(x + 2)$
2. $\log x^2 + 3 \log x = 2$

Solución:

$$1. \log(5x + 9) - 1 = \log(x + 2) \implies \log \frac{5x + 9}{10} = \log(x + 2)$$

$$\implies 5x + 9 = 10x + 20 \implies x = -\frac{11}{5} \text{ (no vale)}$$

$$2. \log x^2 + 3 \log x = 2 \implies \log x^5 = \log 100 \implies x = \sqrt[5]{100} = 2,51188$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \log x + 2 \log y = 8 \\ \log x - 2 \log y = 4 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} 2u + 2v = 8 \\ u - 2v = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 4 \\ v = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 4 = \log x \implies x = 10000 \\ v = 0 = \log y \implies y = 1 \end{cases}$$