Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2008

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
3 ; $2,7171\ldots$; π ; $\sqrt{9}$; $3,22442224444\ldots$; $-\dfrac{7}{9}$; 0; $23,163737\ldots$;
$7,2122132142\ldots$; $6,111\ldots$

Solución:

$3 \in N$; $2,7171\ldots \in Q$; $\pi \in$ irracional; $\sqrt{9} = 3 \in N$; $3,22442224444\ldots \in$ irracional ; $-\dfrac{7}{9} \in Q$; $0 \in N$; $23,163737\ldots \in Q$;
$7,2122132142\ldots \in$ irracional; $6,111\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-2,4]$ $B = (-8,2]$ y $C = (1,4)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-2,2], \quad A \cup C = (-2,4], \quad B \cap C = (1,2], \quad B \cup C = (-8,4)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $[1,15]$
2. $(-2,10)$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $[1,15] = \{x \in R : 1 \le x \le 15\} = \overline{E}(8,7) = \{x \in R : |x-8| \le 7\}$
2. $(-2,10) = \{x \in R : -2 < x < 10\} = E(4,6) = \{x \in R : |x-4| < 6\}$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{11}}}{\sqrt[3]{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = -6\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{11}}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{\frac{99}{4}},$$

Problema 5 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}}; \quad \frac{2}{\sqrt[3]{3^2}}, \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} = -\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \quad \frac{2}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3}, \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -\sqrt{10}-\sqrt{15}$$

Problema 6 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^6y^4}{3125z^4t^6}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{3x^2y}{2z^2t}\sqrt[3]{\frac{4z^2t}{30x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^6y^4}{3125z^4t^6}} = \frac{6xy}{5zt}\sqrt[4]{\frac{4x^2}{5t^3}} \qquad \frac{3x^2y}{2z^2t}\sqrt[3]{\frac{4z^2t}{30x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{9x^4y}{20z^4t^2}}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(10x+3) - 1 = \log(x+1)$
2. $\log(3x^2-2) - 2\log(1-x) = 1$

Solución:

1. $\log(10x+3) - 1 = \log(x+1) \Longrightarrow \log\dfrac{10x+3}{10} = \log(x+1)$

   $\Longrightarrow 10x+3 = 10x+10 \Longrightarrow$ No tiene solución.

2. $\log(3x^2-2) - 2\log(1-x) = 1 \Longrightarrow \log\dfrac{3x^2-2}{(1-x)^2} = \log 10 \Longrightarrow$

   $7x^2 - 20x + 12 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{6}{7}, \quad x = 2$ (no vale)

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 4 \\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 2 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll}\log(xy)^2 & = 4\\ & \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 2\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl}2\log x + 2\log y & = 4\\ \log x - 2\log y & = 2\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl}2u + 2v & = 4\\ u - 2v & = 2\end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l}u = 2 = \log x\\ v = 0 = \log y\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l}x = 100\\ y = 1\end{array}\right.$$