

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2009

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 2 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 3x & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 5x - 1 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 4kx^2 - x + k & \text{si } x < 1 \\ x^2 + kx - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$4k - 1 + k = 1 + k - 1 \implies k = 1/4$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 8}}{x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - \sqrt{4x^2 + 3})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x+3}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} \right)^{x+1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 2x - 3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 1}{2x^4 - x^3 + 3x^2 - x - 3}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x^2-1}}{x-2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{x+7}}{x-2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 2x^3 - 6}{x^5 + x^2 + x - 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2-8}}{x+1} = \sqrt{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2-x-1} - \sqrt{4x^2+3}) = -\frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x-1}{2x^2-1} \right)^{x+3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2x-1}{x^2+1} \right)^{x+1} = e^2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3-3x^2-10x+3}{x^2-2x-3} = \frac{13}{2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+3x^2-3x-1}{2x^4-x^3+3x^2-x-3} = \frac{3}{5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x^2-1}}{x-2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{x+7}}{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 2x^3 - 6}{x^5 + x^2 + x - 4} = 5$$