

## Examen de Matemáticas 4º de ESO.

Enero 2009

---

**Problema 1** (1 punto) Sea  $P(x) = ax^3 - x^2 + bx - 1$  un polinomio que cuando lo dividimos por  $x + 1$  obtenemos de resto 1, y es divisible por  $x - 2$ . Calcular  $a$  y  $b$ , completando con estos resultados el polinomio.

**Solución:**

Por el teorema del resto tenemos:

$$\begin{cases} P(-1) = 1 \implies a + b = -3 \\ P(2) = 0 \implies 8a + 2b = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 11/6 \\ b = -29/6 \end{cases}$$

El polinomio buscado será:  $P(x) = \frac{11}{6}x^3 - x^2 - \frac{29}{6}x - 1$

**Problema 2** (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios:

1.  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x + 5$
2.  $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$
3.  $R(x) = 5x^4 + 9x^3 - 7x^2 - 9x + 2$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x + 5 = (x - 1)^2(x + 5)(x + 1)$
2.  $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (x - 1)(x + 2)^2$
3.  $R(x) = 5x^4 + 9x^3 - 7x^2 - 9x + 2 = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(5x - 1)$

**Problema 3** (2 puntos) Calcular el MCD y el mcm de:

$$P(x) = x^5 + 3x^4 - 4x^2, \quad Q(x) = x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 50x$$

**Solución:**

$$P(x) = x^5 + 3x^4 - 4x^2 = x^2(x - 1)^2(x + 2)^2$$

$$Q(x) = x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 50x = x(x + 2)(x - 5)^2$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x(x + 2)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x^2(x - 1)(x + 2)^2(x - 5)^2$$

**Problema 4** (2 puntos) Simplificar:

1.  $\frac{3x^4 + x^3 - 17x^2 + 19x - 6}{x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 6x - 9}$
2.  $\frac{2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + x - 5}{x^3 - 5x^2 - x + 5}$

**Solución:**

1.  $\frac{3x^4 + x^3 - 17x^2 + 19x - 6}{x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 6x - 9} = \frac{(x-1)(3x-2)}{(x+3)(x+1)} = \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 + 4x + 3}$
2.  $\frac{2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + x - 5}{x^3 - 5x^2 - x + 5} = \frac{(x-1)(2x+1)}{x+1} = \frac{2x^2 - x - 1}{x+1}$

**Problema 5** (2 puntos) Resolver y simplificar:

1. 
$$\frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x^2+3x+2} = \frac{x-2}{x+1}$$
2. 
$$\left( \frac{x-1}{x^2+4x-5} - 1 \right) : \left( \frac{x}{x+5} - \frac{1}{x-1} \right)$$
3. 
$$\left( \frac{3(x-1)}{x^3} \right) \cdot \left( \frac{2x^2}{9(x-1)} \right)$$

**Solución:**

1. 
$$\frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x^2+3x+2} = \frac{x-2}{x+1} \implies x = 2$$
2. 
$$\left( \frac{x-1}{x^2+4x-5} - 1 \right) : \left( \frac{x}{x+5} - \frac{1}{x-1} \right) = -\frac{x^2+3x-4}{x^2-2x-5}$$
3. 
$$\left( \frac{3(x-1)}{x^3} \right) \cdot \left( \frac{2x^2}{9(x-1)} \right) = \frac{2}{3x}$$

**Problema 6** (1 punto) Si  $P(x) = (x-2)^2x^2$ , busca un polinomio de tercer grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

1.  $\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x^2 - 2x = x(x-2)$
2.  $\text{mcm}(P(x); Q(x)) = (x-2)^2x^2(x+3)$

**Solución:**

$$Q(x) = x(x-2)(x+3) = x^3 + x^2 - 6x$$