

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Abril 2008

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$ donde $\vec{u} = (1, 0)$, $\vec{v} = (2, -1)$ y $\vec{w} = (1, 4)$

Solución:

$$\vec{z} = 2(1, 0) - 3(2, -1) + (1, 4) = (-3, 7)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(2, -1)$ y $B(11, 14)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(11, 14) - (2, -1)] = (3, 5)$$

$$A_1 = A + (3, 5) = (2, -1) + (3, 5) = (5, 4)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 5) = (5, 4) + (3, 5) = (8, 9)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 5) = (8, 9) + (3, 5) = (11, 14)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(-4, 3)$ respecto de $B(2, 0)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-4}{2} = 2 \implies x = 8 \\ \frac{y+3}{2} = 0 \implies y = -3 \end{array} \right\} \implies A'(8, -3)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, -1)$ y $B(3, 1)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 1) - (-1, -1) = (4, 2)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (3, 1) + \lambda(4, 2)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = 3 + 4\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2}$

Ecuación General: $x - 2y - 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, luego $m = \frac{1}{2}$

Ecuación punto pendiente: $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = \frac{1}{2} \implies \alpha = 26^\circ 33' 54''$

Problema 5 Sean $A(-1, -1)$, $B(1, -2)$ y $C(3, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, -1) + [(3, 7) - (1, -2)] = (1, 8)$$

$$M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-1+7}{2}\right) = M(1, 3)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : 2x + y - 2 = 0$ y $s : \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 2x + y - 2 = 0, \quad s : x - y - 2 = 0$$

$$2(-1 - \lambda) + (1 - \lambda) - 2 = 0 \implies \lambda = -1 \implies (0, 2)$$

$$\cos \alpha = \frac{2-1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \implies \alpha = 17^\circ 32' 54''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (-3, 1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{10} \implies \vec{v} = \left(-\frac{3\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, 0)$ y radio $r = \sqrt{3}$

Solución:

$$(x - 3)^2 + (y - 0)^2 = 3 \implies x^2 + y^2 - 6x + 6 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} m = -2a = -6 \implies a = 3 \\ n = -2b = 2 \implies b = -1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \implies r = 2 \end{array} \right\} \implies C(3, -1) \quad r = 2$$