

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Mayo 2008

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + 4x + 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (-3, -1) \cup [1, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -1 \implies (0, -1)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 + 2x - 3 = 0 \implies (1, 0)$
el otro punto en $x = -3$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}, \quad g(x) = x-2$$

Solución:

$$1. f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+3}{x+1}\right) = \frac{\frac{x+3}{x+1} + 3}{\frac{x+3}{x+1} + 1} = \frac{2x+3}{x+2}$$

$$2. g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+3}{x+1}\right) = \frac{x+3}{x+1} - 2 = \frac{x-1}{x+1}$$

$$3. f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x-2) = \frac{x-2+3}{x-2+1} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$4. g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x-2) = (x-2)-2 = x-4$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$

Solución:

$$y = \frac{3x-1}{x+1} \implies yx + y = 3x - 1 \implies yx - 3x = -1 - y \implies$$

$$\implies x = -\frac{1+y}{y-3} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x+1}{x-3}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^6}{x^2 - 1}; \quad g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 2}; \quad h(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^6}{x^2 - 1} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 2} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^5 - 8}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + 2x + 1}{5x^5 + x^2 - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - x^5 + 2}{x^3 + x - 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^5 - 8} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + 2x + 1}{5x^5 + x^2 - 3} = \frac{3}{5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - x^5 + 2}{x^3 + x - 1} = \infty$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{2x^2} \right)^{x^3 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x + 5} \right)^{2x}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{2x^2} \right)^{x^3 - 1} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+5} \right)^{2x} = e^{-12}$$

Problema 8 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+7}}{x^2+x-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^8+x+3}}{2x^4+5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+7}}{x^2+x-1} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^8+x+3}}{2x^4+5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$