

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2008**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x - 5}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -5) \cup [-2, -1] \cup (1, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = \frac{2}{3} \implies \left(0, \frac{2}{3}\right)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 + 3x + 2 = 0 \implies (-2, 0)$  el otro punto en  $x = -1$  se anula el denominador.

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{x-2}{x}, \quad g(x) = x-1$$

**Solución:**

$$1. f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x-2}{x}\right) = \frac{\frac{x-2}{x} - 2}{\frac{x-2}{x}} = \frac{-x-2}{x-2}$$

$$2. g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x-2}{x}\right) = \frac{x-2}{x} - 1 = -\frac{2}{x}$$

$$3. f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x-1) = \frac{x-1-2}{x-1} = \frac{x-3}{x-1}$$

$$4. g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x-1) = (x-1) - 1 = x-2$$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$

**Solución:**

$$y = \frac{x+2}{2x-1} \implies 2yx - y = x+2 \implies 2yx - x = y+2 \implies$$

$$\implies x = \frac{y+2}{2y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2x-1}$$

**Problema 5** Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}; \quad g(x) = \frac{2x^4 + 7}{2x}; \quad h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{2x^4 + 7}{2x} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2} \text{ no es ni par ni impar}$$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 2}{5x^3 + 8}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^6 + 2}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 2}{5x^3 + 8} = \frac{2}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2} = -\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^6 + 2} = 0$$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x - 1} \right)^{2x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 + 2}{4x^3 - 1} \right)^{x^2 - 2}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x - 1} \right)^{2x} = e^{12}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 + 2}{4x^3 - 1} \right)^{x^2 - 2} = 0$$

**Problema 8** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 7}}{3x + 2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^6 - 3x^3 + 1}}{x + 2}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 7}}{3x + 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^6 - 3x^3 + 1}}{x + 2} = \infty$