

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Mayo 2008

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -3] \cup (-2, -1) \cup [1, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = \frac{3}{5} \implies \left(0, \frac{3}{5}\right)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 4x - 5 = 0 \implies (-3, 0)$ el otro punto en $x = 1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+7}{x-1}, \quad g(x) = x+8$$

Solución:

$$1. f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+7}{x-1}\right) = \frac{\frac{x+7}{x-1} + 7}{\frac{x+7}{x-1} - 1} = x$$

$$2. g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+7}{x-1}\right) = \frac{x+7}{x-1} + 8 = \frac{9x-1}{x-1}$$

$$3. f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+8) = \frac{x+8+7}{x+8-1} = \frac{x+15}{x+7}$$

$$4. g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x+8) = (x+8) + 8 = x+16$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

Solución:

$$y = \frac{2x+1}{x-2} \implies yx - 2y = 2x + 1 \implies yx - 2x = 1 + 2y \implies$$

$$\implies x = \frac{1+2y}{y-2} \implies f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 2}; \quad g(x) = \frac{3x^2 + 2}{2x^3}; \quad h(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^3 + 2}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 2} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{3x^2 + 2}{2x^3} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^3 + 2} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^5 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 + 2x - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^4 + 8} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^8 + 2x - 1}{5x^8 + 2x^3 - 1}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^5 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 + 2x - 1} = -\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^4 + 8} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^8 + 2x - 1}{5x^8 + 2x^3 - 1} = \frac{3}{5}$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x^2+2}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x} \right)^{x+3}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x^2+2} = \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x} \right)^{x+3} = e^{-1/2}$

Problema 8 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 1}}{2x + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^3 - 2x^2 + x - 1}}{x^2 + x - 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 1}}{2x + 5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^3 - 2x^2 + x - 1}}{x^2 + x - 1} = 0$$