

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2007

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$\frac{2}{4}$; 3; π ; $-\frac{1}{5}$; 27,331113331111...; $3 + \sqrt{3}$; 4,345345...; -8; $\sqrt{16}$;
 $\sqrt{7}$

Solución:

$\frac{2}{4} \in Q$; $3 \in N$; $\pi \in \text{irracional}$; $-\frac{1}{5} \in Q$; 27,331113331111... $\in \text{irracional}$;

$3 + \sqrt{3} \in \text{irracional}$; 4,345345... $\in Q$; $-8 \in Z$; $\sqrt{16} \in N$; $\sqrt{7} \in \text{irracional}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-2, 5]$ $B = (0, 8)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (0, 5], \quad A \cup B = [-2, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (2, 6)$

b) $B = [-3, 5]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

a) $(2, 6) = \{x \in R : 2 < x < 6\} = E(4, 2) = \{x \in R : |x - 4| < 2\}$

b) $[-3, 5] = \{x \in R : -3 \leq x \leq 5\} = \overline{E}(1, 4) = \{x \in R : |x - 1| \leq 4\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{252} + \frac{1}{5}\sqrt{2800} - \sqrt{175}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{3}}$$

Solución:

$$\sqrt{252} + \frac{1}{5}\sqrt{2800} - \sqrt{175} = 5\sqrt{7}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[12]{12}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}} = \frac{6xy}{5zt} \sqrt[4]{\frac{3x^3y}{t}} \quad \frac{2xy^2}{3zt} \sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^2y^4}{3zt}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{5}{\sqrt[5]{2^3}}, \quad \frac{3}{\sqrt{7}-1}; \quad \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}$$

Solución:

$$\frac{5}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{5\sqrt[5]{2^2}}{2}; \quad \frac{3}{\sqrt{7}-1} = \frac{1}{2}(\sqrt{7}+1), \quad \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} = 2(\sqrt{5}+\sqrt{4})$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

a) $\log(3+x) - 1 = \log x$

b) $\log(2-x) - 1 = 2 \log x$

Solución:

a) $\log \frac{3+x}{10} = \log x \implies 3+x = 10x \implies x = \frac{1}{3}$

b) $\log \frac{2-x}{10} = \log x^2 \implies 10x^2 + x - 2 = 0 \implies x = 0, 4; \quad x = -0, 5$ no vale

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) & = 6 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) & = 10 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(x^2y) & = 6 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) & = 10 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \log x + \log y & = 6 \\ 2 \log x - \log y & = 10 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + v & = 6 \\ 2u - v & = 10 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 4 \\ v = \log y = -2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10^4 \\ y = 10^{-2} \end{cases}$$