

## Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2008

---

---

**Problema 1** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x - 5 & \text{si } x < -3 \\ x^2 + 4 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ 2x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

en los puntos  $x = -3$  y  $x = 2$ .

**Solución:**

En  $x = -3$  hay una discontinuidad no evitable(salto), y en  $x = 2$  es continua.

**Problema 2** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & \text{si } x < 1 \\ 3x^2 + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 5x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 1$  y  $x = 3$ .

**Solución:**

En  $x = 1$  hay una discontinuidad evitable(agujero), y en  $x = 3$  es discontinua no evitable(salto).

**Problema 3** Encontrar el valor de  $k$  que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 5kx + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 - 2kx + k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

**Solución:**

$$5k + 1 = 2 - k \implies k = \frac{1}{6}$$

**Problema 4** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^3 + 2x + 1}{-5x^2 - 5}$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - x - 1}{-2x^4 - 3x + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6x^4 - 3x + 1}}{-2x^2 + x - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - 5x - 5}{9x^2} \right)^{x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x - 2}{5x} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 5x^2 - 4x - 4}{x^3 - 2x - 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 + 2x - 15}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^5 - 2x + 2}{x^2 + 5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x - 3} - 2}{x - 7}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5x - 9} - 4}{x - 5}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^3 + 2x + 1}{-5x^2 - 5} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - x - 1}{-2x^4 - 3x + 1} = -\frac{7}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6x^4 - 3x + 1}}{-2x^2 + x - 3} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - 5x - 5}{9x^2} \right)^{x^2} = 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x - 2}{5x} \right)^{2x} = e^{-4/5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 5x^2 - 4x - 4}{x^3 - 2x - 4} = \frac{12}{5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 + 2x - 15} = 1$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^5 - 2x + 2}{x^2 + 5} = \frac{1}{2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{x-7} = \frac{1}{4}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5x-9} - 4}{x-5} = \frac{5}{8}$$