

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2008

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{si } x < 0 \\ (2x - 1)^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 3x^2 + 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

en los puntos $x = 0$ y $x = 1$.

Solución:

En $x = 0$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 1$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x < 3 \\ 5x - 9 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

en los puntos $x = 2$ y $x = 3$.

Solución:

En $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es continua.

Problema 3 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - 3k & \text{si } x < 1 \\ kx - 5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$k - 3k = k - 5 \implies k = 5/3$$

Problema 4 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x - 1}{-2x^2 - 5}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 3x^2 - 1}{x^5 - 3}$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 + 2x - 1}}{x^2 - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 8}{2x^2 + x - 1} \right)^{x^2+2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 2x - 12}{x^3 - 2x - 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{2x^2 - 3x - 9}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 2x^3 - 1}{x^2 + x + 4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x - 5} - 2}{x - 3}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 5} - 3}{x - 2}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x - 1}{-2x^2 - 5} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 3x^2 - 1}{x^5 - 3} = 5$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 + 2x - 1}}{x^2 - 3} = \sqrt{3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 8}{2x^2 + x - 1} \right)^{x^2+2} = \infty$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{2x} = e^8$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 2x - 12}{x^3 - 2x - 4} = 1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{2x^2 - 3x - 9} = \frac{10}{9}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 2x^3 - 1}{x^2 + x + 4} = \frac{2}{3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-5} - 2}{x-3} = \frac{3}{4}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} = \frac{1}{3}$$