

## Examen de Matemáticas 4º de ESO.

Enero 2008

---

---

**Problema 1** (1 punto) Sea  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$  un polinomio que cuando lo dividimos por  $x + 1$  obtenemos de resto 1, y es divisible por  $x - 1$ . Calcular  $a$  y  $b$ , completando con estos resultados el polinomio.

**Solución:**

Por el teorema del resto tenemos:

$$\begin{cases} P(-1) = 1 \implies a - b - 2 = 1 \\ P(1) = 0 \implies a + b = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 3/2 \\ b = -3/2 \end{cases}$$

El polinomio buscado será:  $P(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 1$

**Problema 2** (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios:

1.  $P(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 5$
2.  $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$
3.  $R(x) = 3x^4 - 7x^3 - x^2 + 7x - 2$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 5 = (x - 1)(x - 5)(x + 1)^2$
2.  $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = (x + 1)(x - 3)^2$
3.  $R(x) = 3x^4 - 7x^3 - x^2 + 7x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(3x - 1)$

**Problema 3** (2 puntos) Calcular el MCD y el mcm de:

1.  $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3$ ,  $Q(x) = x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 50x$
2.  $P(x) = 4x^4 + x^3 - 4x^2 - x$ ,  $Q(x) = 4x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 9x - 2$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3$ ,  $Q(x) = x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 50x$

$$\begin{aligned} P(x) &= x^5 + x^4 - 2x^3 = x^3(x - 1)(x + 2) \\ Q(x) &= x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 50x = x(x + 2)(x - 5)^2 \end{aligned}$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x(x + 2)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x^3(x - 1)(x + 2)(x - 5)^2$$

$$2. P(x) = 4x^4 + x^3 - 4x^2 - x, Q(x) = 4x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 9x - 2$$

$$P(x) = 4x^4 + x^3 - 4x^2 - x = x(x-1)(x+1)(4x+1)$$

$$Q(x) = 4x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 9x - 2 = (x+1)(x-1)(x+2)(4x+1)$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = (x-1)(x+1)(4x+1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x(x+1)(x-1)(x+2)(4x+1)$$

**Problema 4** (2 puntos) Simplificar:

$$1. \frac{x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 2x^2}{x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x}$$

$$2. \frac{x^6 - x^5 - 15x^4 - 23x^3 - 10x^2}{x^4 + 3x^3 + 2x^2}$$

**Solución:**

$$1. \frac{x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 2x^2}{x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x} = \frac{x^2 + x}{x-1}$$

$$2. \frac{x^6 - x^5 - 15x^4 - 23x^3 - 10x^2}{x^4 + 3x^3 + 2x^2} = x^2 - 4x - 5$$

**Problema 5** (2 puntos) Resolver y simplificar:

$$1. \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x+1}$$

$$2. \left( \frac{x+2}{x^2+3x-10} - 1 \right) : \left( \frac{x+2}{x+5} - \frac{1}{x-2} \right)$$

$$3. \left( \frac{9(x+2)}{x^2} \right) \cdot \left( \frac{x^3}{12(x+2)} \right)$$

**Solución:**

$$1. \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{2x^2-3}{x^2+3x+2}$$

$$2. \left( \frac{x+2}{x^2+3x-10} - 1 \right) : \left( \frac{x+2}{x+5} - \frac{1}{x-2} \right) = -\frac{x^2+2x-12}{x^2-x-9}$$

3.

$$\left(\frac{9(x+2)}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{x^3}{12(x+2)}\right) = \frac{3x}{4}$$

**Problema 6** (1 punto) Si  $P(x) = (x+5)^2x^2$ , busca un polinomio de tercer grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

1.  $\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x^2 + 5x = x(x+5)$

2.  $\text{mcm}(P(x); Q(x)) = (x+5)^2x^2(x-1)$

**Solución:**

$$Q(x) = x(x-1)(x+5) = x^3 + 4x^2 - 5x$$