

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2007

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$ donde $\vec{u} = (1, -1)$, $\vec{v} = (0, 2)$ y $\vec{w} = (-3, 1)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(1, -1) - 2(0, 2) + (-3, 1) = (0, -6)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(4, 1)$ y $B(13, 16)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\vec{AB} = \frac{1}{3}[(13, 16) - (4, 1)] = (3, 5)$$

$$A_1 = A + (3, 5) = (4, 1) + (3, 5) = (7, 6)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 5) = (7, 6) + (3, 5) = (10, 11)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 5) = (10, 11) + (3, 5) = (13, 16)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(-1, 3)$ respecto de $B(0, 2)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = 0 \implies x = 1 \\ \frac{y+3}{2} = 2 \implies y = 1 \end{array} \right\} \implies A'(1, 1)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(3, 1)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\vec{AB} = (3, 1) - (-1, 2) = (4, -1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + \lambda(4, -1)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1}$

Ecuación General: $x + 4y - 7 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$, luego $m = -\frac{1}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = -\frac{1}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = 2 \implies \alpha = 165^\circ 57' 50''$

Problema 5 Sean $A(-1, 3)$, $B(1, -1)$ y $C(3, 4)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, 3) + [(3, 4) - (1, -1)] = (1, 8)$$

$$M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+4}{2}\right) = M\left(1, \frac{7}{2}\right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : x - y + 2 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x - y + 2 = 0, \quad s : x + y - 3 = 0 \implies \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1} \implies \text{se cortan}$$

$$(1 + \lambda) - (2 - \lambda) + 2 = 0 \implies \lambda = -\frac{1}{2} \implies \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - 1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 0 \implies \alpha = 90^\circ$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (5, -1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{26} \implies \vec{v} = \left(\frac{25}{\sqrt{26}}, \frac{-5}{\sqrt{26}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, 2)$ y radio $r = \sqrt{5}$

Solución:

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \implies x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 2 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -4 &\implies a = 2 \\ n = -2b = -2 &\implies b = 1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \implies C(2, 1) \quad r = \sqrt{3}$$