

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Mayo 2007

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - x - 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (-1, 2) \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 3}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = \frac{5}{3} \implies \left(0, \frac{5}{3}\right)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 4x - 5 = 0 \implies (-1, 0)$ y $(5, 0)$

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{2}{x-1}, \quad g(x) = x - 3$$

Solución:

$$1. f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2}{x-1}\right) = \frac{2}{\frac{2}{x-1} - 1} = \frac{2(1-x)}{x-3}$$

$$2. g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x-1}\right) = \frac{2}{x-1} - 3 = \frac{3x-5}{1-x}$$

$$3. f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x-3) = \frac{2}{(x-3)-1} = \frac{2}{x-4}$$

$$4. g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x-3) = (x-3) - 3 = x-6$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$

Solución:

$$y = \frac{3x-1}{x+2} \implies yx + 2y = 3x - 1 \implies yx - 3x = -1 - 2y \implies$$

$$\implies x = -\frac{1+2y}{y-3} \implies f^{-1}(x) = -\frac{1+2x}{x-3}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^3}{x^4 - x^2 - 1}; \quad g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}; \quad h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^4 - x^2 - 1} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \text{ es par}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x - 1}{-2x^2 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 - 2}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x - 1}{-2x^2 - 1} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 - 2} = \frac{3}{2}$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{3x^2 - 2} \right)^{x^2+1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5} \right)^{x^2/2}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{3x^2 - 2} \right)^{x^2+1} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5} \right)^{x^2/2} = e^{-3}$$

Problema 8 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}{3x + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + x - 2}}{x^2 + 5x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 1}}{-2x + 2}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}{3x + 5} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + x - 2}}{x^2 + 5x - 2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 1}}{-2x + 2} = -\infty$$