

**Examen de Matemáticas 4º de ESO.**  
**Diciembre 2006**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Sea  $P(x) = ax^3 - 2x^2 + bx - 1$  un polinomio que cuando lo dividimos por  $x - 2$  obtenemos de resto 1, y es divisible por  $x + 1$ . Calcular  $a$  y  $b$ , completando con estos resultados el polinomio.

**Solución:**

Por el teorema del resto tenemos:

$$\begin{cases} P(2) = 1 \implies 8a + 2b - 10 = 0 \\ P(-1) = 0 \implies -a - b - 3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 8/3 \\ b = -17/3 \end{cases}$$

El polinomio buscado será:  $P(x) = \frac{8}{3}x^3 - 2x^2 - \frac{17}{3}x - 1$

**Problema 2** (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios:

1.  $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$
2.  $Q(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$
3.  $R(x) = 3x^4 - 13x^3 + 19x^2 - 11x + 2$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 = (x - 1)^2(x - 2)(x + 1)$
2.  $Q(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18 = (x - 3)^2(x - 2)$
3.  $R(x) = 3x^4 - 13x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = (x - 1)^2(x - 2)(3x - 1)$

**Problema 3** (2 puntos) Calcular el MCD y el mcm de:

1.  $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$ ,  $Q(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2$
2.  $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x$ ,  $Q(x) = 2x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$ ,  $Q(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2$

$$\begin{aligned} P(x) &= x^4 - 3x^2 + 2x = x(x - 1)^2(x + 2) \\ Q(x) &= x^5 + x^4 - x^3 - x^2 = x^2(x + 1)^2(x - 1) \end{aligned}$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x(x - 1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x^2(x + 1)^2(x - 1)^2(x + 2)$$

$$2. P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x, Q(x) = 2x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1$$

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x = x(x-1)^2(2x+1)$$

$$Q(x) = 2x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1 = (x-1)^3(x+1)(2x+1)$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = (x-1)^2(2x+1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x(x-1)^3(x+1)(2x+1)$$

**Problema 4** (2 puntos) Simplificar:

$$1. \frac{x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 30}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$$

$$2. \frac{x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$$

**Solución:**

$$1. \frac{x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 30}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} = \frac{x^2 + 5}{x + 1}$$

$$2. \frac{x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15}{x^3 - 3x^2 - x + 3} = x + 5$$

**Problema 5** (2 puntos) Si  $P(x) = (x+3)^2x^2$ , busca un polinomio de tercer grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

$$1. \text{MCD}(P(x), Q(x)) = x^2 + 3x = x(x+3)$$

$$2. \text{mcm}(P(x); Q(x)) = 2(x+3)^2x^2(x-1)$$

**Solución:**

$$P(x) = 2x(x+3)(x-1) = 2x^3 + 4x^2 - 6x$$