Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2006

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
0 ; $-\dfrac{1}{2}$; $0,3311333111\ldots$; $3,251251\ldots$; $\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$; $\sqrt{64}$; π, $\dfrac{9}{3}$; $4,\widehat{12}$; $\dfrac{2}{3}$

Solución:

$$0 \in N;\;\; -\frac{1}{2} \in Q;\;\; 0,3311333111\ldots \in \text{irracional};\;\; 3,251251\ldots\ldots \in Q$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \in \text{irracional};\;\; \sqrt{64} \in N;\;\; \pi \in \text{irracional};\;\; \frac{9}{3} \in Q;\;\; 4,121212\ldots \in Q;\;\; \frac{2}{3} \in Q$$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-\infty, 9]$ $B = [2, \infty)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = [2,9],\;\; A \cup B = R$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (-1, 7)$

b) $B = [2, 8]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.
Solución:

a) $(-1, 7) = \{x \in R : -1 < x < 7\} = E(3, 4) = \{x \in R : |x - 3| < 4\}$

b) $[2, 8] = \{x \in R : 2 \leq x \leq 8\} = \overline{E}(5, 3) = \{x \in R : |x - 5| \leq 3\}]$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{216} - \frac{1}{2}\sqrt{600} + \sqrt{2646};\quad \frac{\sqrt[3]{5\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt[3]{5}}}$$

Solución:

$$\sqrt{216} - \frac{1}{2}\sqrt{600} + \sqrt{2646} = 22\sqrt{6};\quad \frac{\sqrt[3]{5\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt[3]{5}}} = \sqrt[6]{\frac{5}{4}}$$

Problema 5 *(1 punto)*Sacar de la raiz

$$\sqrt[3]{\frac{80000x^3y^5z^7}{243t^7}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{3x^2y}{tz^2}\sqrt[3]{\frac{t^2z}{9x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[3]{\frac{80000x^3y^5z^7}{243t^7}} = \frac{20xyz^2}{3t^2}\sqrt[3]{\frac{10y^2z}{9t}}; \qquad \frac{3x^2y}{tz^2}\sqrt[3]{\frac{t^2z}{9x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{3x^4y}{tz^5}}$$

Problema 6 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{\sqrt[8]{3^2}}, \quad \frac{-5}{1-\sqrt{2}}; \quad \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{7}}$$

Solución:

$$\frac{3}{\sqrt[8]{3^2}} = \sqrt[4]{3^3}; \quad \frac{-5}{1-\sqrt{2}} = 5(1+\sqrt{2}); \quad \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} = -(\sqrt{3}+\sqrt{7})$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

a) $\log(2x+1) + \log x = 1$

b) $\log(x+9) - \log(2x) = 2$

Solución:

a) $\log(2x^2+x) = \log 10 \Longrightarrow 2x^2+x-10 = 0 \Longrightarrow x = 2$ y $x = -5/2$ que no vale.

b) $\log\dfrac{x+9}{2x} = \log(100) \Longrightarrow x+9 = 200x \Longrightarrow x = \dfrac{9}{199}$

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(x^2y) & = 11 \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 1 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(x^2y) & = 11 \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} 2\log x + \log y & = 11 \\ \log x - \log y & = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} 2u + v & = 11 \\ u - v & = 1 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = \log x = 4 \\ v = \log y = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 10^4 \\ y = 10^3 \end{array}\right.$$