

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Octubre 2006

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$$3; -\frac{5}{3}; -8; 3,184185186\dots; 0,585858\dots; -3; -\pi; \frac{4}{5}; \sqrt{9}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Solución:

$$3 \in \mathbb{N}; -\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}; -8 \in \mathbb{Z}; 3,184185186\dots \in \text{irracional}; 0,585858\dots \in \mathbb{Q}$$

$$-3 \in \mathbb{Z}; -\pi \in \text{irracional}; \frac{4}{5} \in \mathbb{Q}; \sqrt{9} \in \mathbb{N}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \in \text{irracional}$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-3, 3]$ $B = (-\infty, 0)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (-3, 0), \quad A \cup B = (-\infty, 3]$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (3, 7)$

b) $B = [5, 11]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

a) $(3, 7) = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 7\} = E(5, 2) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| < 2\}$

b) $[5, 11] = \{x \in \mathbb{R} : 5 \leq x \leq 11\} = \overline{E}(8, 3) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 8| \leq 3\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{48} + \frac{1}{3}\sqrt{1875} - \frac{1}{2}\sqrt{147}; \quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{7}}}{\sqrt[3]{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{48} + \frac{1}{3}\sqrt{1875} - \frac{1}{2}\sqrt{147} = \frac{53\sqrt{3}}{6}; \quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{7}}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{\frac{189}{4}}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{15552x^7y^9z^{10}}{3125t^7}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{x}{4yt^2} \sqrt[3]{\frac{x^2t}{y}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{15552x^7y^9z^{10}}{3125t^7}} = \frac{6xy^2z^2}{5t} \sqrt[4]{\frac{12x^3yz^2}{5t^3}}; \quad \frac{x}{4yt^2} \sqrt[3]{\frac{x^2t}{y}} = \sqrt[3]{\frac{x^5}{64y^4t^5}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{4}{\sqrt[9]{2^8}}, \quad \frac{-3}{1 + \sqrt{3}}; \quad \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}$$

Solución:

$$\frac{4}{\sqrt[9]{2^8}} = 2\sqrt[9]{2}; \quad \frac{-3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{3(1 - \sqrt{3})}{2}; \quad \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} = -\frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{2}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

a) $\log(x + 19) - \log(2x) = 1$

b) $\log(6x^2 + 9) - 2\log x = 1$

Solución:

a) $\log \frac{x+19}{2x} = \log 10 \implies \log 19x = 19 \implies x = 1$

b) $\log \frac{6x^2+9}{x^2} = \log(10) \implies 4x^2 = 9 \implies x = \frac{3}{2}$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y = 8 \\ \log x - 2\log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v = 8 \\ u - 2v = 1 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10^3 \\ y = 10 \end{cases}$$