

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Octubre 2006

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

2 ; $\frac{3}{2}$; -5 ; $\sqrt{7}$; $2,242424\dots$; $1,220002220000\dots$; $-\frac{6}{5}$; π ; $\sqrt{16}$;
 $3 + \sqrt{11}$

Solución:

$$2 \in N; \frac{3}{2} \in Q; -5 \in Z; \sqrt{7} \in \text{irracional}; 2,242424\dots \in Q$$

$$1,220002220000\dots \in \text{irracional}; -\frac{6}{5} \in Q; \pi \in \text{irracional}$$

$$\sqrt{16} \in N; 3 + \sqrt{11} \in \text{irracional}$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-4, 6]$ $B = (0, 9)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (0, 6], \quad A \cup B = (-4, 9)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (0, 8)$

b) $B = [-4, 10]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

a) $(0, 8) = \{x \in R : 0 < x < 8\} = E(4, 4) = \{x \in R : |x - 4| < 4\}$

b) $[-4, 10] = \{x \in R : 2 \leq -4 \leq 10\} = \overline{E}(3, 7) = \{x \in R : |x - 3| \leq 7\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{375} + \frac{1}{2}\sqrt{13500} - \sqrt{735}, \quad \frac{\sqrt[3]{4\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{375} + \frac{1}{2}\sqrt{13500} - \sqrt{735} = 13\sqrt{15}, \quad \frac{\sqrt[3]{4\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{288}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{20000x^8y^7}{729z^9t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{4xy^2}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{20000x^8y^7}{729z^9t^8}} = \frac{10x^2y}{3z^2t^2} \sqrt[4]{\frac{2y^3}{9z}} \quad \frac{4xy^2}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{16xy^4}{3zt^5}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{5}{\sqrt[5]{2^2}}, \quad \frac{-1}{\sqrt{5}-1}; \quad \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{5}{\sqrt[5]{2^2}} = \frac{5\sqrt[5]{2^3}}{2}; \quad \frac{-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{-(\sqrt{5}+1)}{4}, \quad \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = -3(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

a) $\log(99+x) - \log x = 2$

b) $\log(2-x) - 2 = 2 \log x$

Solución:

a) $\log \frac{99+x}{x} = \log 100 \implies 99 = 99x \implies x = 1$

b) $\log \left(\frac{2-x}{100} \right) = \log x^2 \implies 2-x = 100x^2 \implies x = 0, 14; \quad x = -0.14$ no vale

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) = 10 \\ \log\left(\frac{x^3}{y}\right) = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(x^2y) = 10 \\ \log\left(\frac{x^3}{y}\right) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \log x + \log y = 10 \\ 3 \log x - \log y = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + v = 10 \\ 3u - v = 0 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 2 \\ v = \log y = 6 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10^2 \\ y = 10^6 \end{cases}$$