

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2007

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

Solución:

En $x = -1$ es continua, y en $x = 2$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 3x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$ y $x = 2$.

Solución:

En $x = 1$ hay una discontinuidad no evitable(salto), y en $x = 2$ es continua.

Problema 3 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - 2k & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 5k - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Solución:

$$-2k = 5k - 1 \implies k = \frac{1}{7}$$

Problema 4 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x + 1}{x^2 - 5}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3 + x - 1}{-x^4 + 3}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 - 3x + 1}}{3x^2 + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x - 1}{2x^3} \right)^{x+3}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x} \right)^x$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^3 - 3x^2 - 4}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 6}{x^2 + x - 12}$
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 5x - 1}{x^3 + 3x + 1}$
9. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5}$
10. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{x - 4}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x + 1}{x^2 - 5} = \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3 + x - 1}{-x^4 + 3} = -3$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 - 3x + 1}}{3x^2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{3}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x - 1}{2x^3} \right)^{x+3} = 0$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x} \right)^x = e^{-1/3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^3 - 3x^2 - 4} = \frac{7}{12}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 6}{x^2 + x - 12} = \frac{17}{7}$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 5x - 1}{x^3 + 3x + 1} = \frac{7}{5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5} = \frac{1}{6}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{x - 4} = \frac{4}{5}$$