

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2007

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 1 & \text{si } x < 0 \\ (x - 1)^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^2 + 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

en los puntos $x = 0$ y $x = 1$.

Solución:

En $x = 0$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 1$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x < 2 \\ (x - 2)^2 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2x - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

en los puntos $x = 2$ y $x = 3$.

Solución:

En $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es continua.

Problema 3 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 2kx^2 - 1 & \text{si } x < 1 \\ kx - 5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$2k - 1 = k - 5 \implies k = -4$$

Problema 4 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{-2x^2 + 5}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 2x^2 - 1}{x^5 + 3}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 - x + 1}}{x^2 + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x^2 + 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2}{x - 1} \right)^{2x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - x^2 - 4}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{2x^2 - 3x - 9}$
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 + x^3 - 1}{x^2 + x + 4}$
9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - 3}{x - 3}$
10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{-2x^2 + 5} = -\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 2x^2 - 1}{x^5 + 3} = 5$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 - x + 1}}{x^2 + 1} = \sqrt{3}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x^2 + 2} = \infty$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2}{x - 1} \right)^{2x} = e^6$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - x^2 - 4} = \frac{9}{8}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{2x^2 - 3x - 9} = \frac{10}{9}$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 + x^3 - 1}{x^2 + x + 4} = \frac{1}{3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x - 3} = \frac{1}{3}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x - 2} = \frac{2}{3}$$