

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2007

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x - 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -2] \cup (-1, 1] \cup (3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = 6 \implies (0, 6)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - x - 6 \implies (-2, 0)$ y $(3, 0)$

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x}, \quad g(x) = x + 2$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{3x - 1}{x}\right) = \frac{3\frac{3x-1}{x} - 1}{\frac{3x-1}{x}} = \frac{8x - 3}{3x - 1}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{3x - 1}{x}\right) = \frac{3x - 1}{x} + 2 = \frac{5x - 1}{x}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = \frac{3(x + 2) - 1}{x + 2} = \frac{3x + 5}{x + 2}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x + 2) = (x + 2) + 2 = x + 4$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{x + 1}{2x + 1}$

Solución:

$$y = \frac{x + 1}{2x + 1} \implies 2yx + y = x + 1 \implies 2yx - x = 1 - y \implies$$

$$\implies x = \frac{1 - y}{2y - 1} \implies f^{-1}(x) = \frac{1 - x}{2x - 1}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^5}; \quad g(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x^2 + 5}; \quad h(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 3}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^5} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x^2 + 5} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 3} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 - 2x + 1}{2x^2 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 7x + 1}{3x^3 - 5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 - 2x + 1}{2x^2 - 1} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 7x + 1}{3x^3 - 5} = -\frac{2}{3}$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x + 1}{2x^2 - 2} \right)^{x^2 + 7}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x - 3} \right)^{x + 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x + 1}{2x^2 - 2} \right)^{x^2 + 7} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x - 3} \right)^{x + 1} = e^8$$

Problema 8 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 + 1}}{3x^2 + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^5 + 2x - 3}}{2x^3 + 5x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 3x + 1}}{-x + 5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 + 1}}{3x^2 + 5} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^5 + 2x - 3}}{2x^3 + 5x + 2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 3x + 1}}{-x + 5} = -\infty$$