

## Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

---

**Problema 1** (1 puntos) Calcular el vector  $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$  donde  $\vec{u} = (2, 2)$ ,  $\vec{v} = (-1, 4)$  y  $\vec{w} = (5, -3)$

**Solución:**

$$\vec{z} = 3(2, 2) - (-1, 4) + 2(5, -3) = (17, -4)$$

**Problema 2** (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos  $A(3, 2)$  y  $B(18, 11)$  en tres partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(18, 11) - (3, 2)] = (5, 3)$$

$$A_1 = A + (5, 3) = (3, 2) + (5, 3) = (8, 5)$$

$$A_2 = A_1 + (5, 3) = (8, 5) + (5, 3) = (13, 8)$$

$$B = A_3 = A_2 + (5, 3) = (13, 8) + (5, 3) = (18, 11)$$

**Problema 3** (1 punto) Encontrar el punto  $A'$  simétrico de  $A(-3, 1)$  respecto de  $B(3, 5)$

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-3}{2} = 3 \implies x = 9 \\ \frac{y+1}{2} = 5 \implies y = 9 \end{array} \right\} \implies A'(9, 9)$$

**Problema 4** (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos  $A(1, -1)$  y  $B(3, 7)$  y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

**Solución:**

$$\overrightarrow{AB} = (3, 7) - (1, -1) = (2, 8)$$

Ecuación Vectorial:  $(x, y) = (1, -1) + \lambda(2, 8)$

Ecuación Paramétrica:  $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + 8\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{8}$

Ecuación General:  $4x - y - 5 = 0$

Ecuación Explícita:  $y = 4x - 5$ , luego  $m = 4$

Ecuación punto pendiente:  $y + 1 = 4(x - 1)$  Ángulo:  $m = \tan \alpha = 4 \implies \alpha = 75^\circ 57' 50''$

**Problema 5** Sean  $A(1, -2)$ ,  $B(3, 0)$  y  $C(4, 4)$  vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

**Solución:**

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (1, -2) + [(4, 4) - (3, 0)] = (2, 2)$$

$$M\left(\frac{1+4}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) = M\left(\frac{5}{2}, 1\right)$$

**Problema 6** (1 puntos) Dadas las rectas  $r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$  y  $s : x - y - 1 = 0$ , estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

**Solución:**

$$r : 3x + y - 5 = 0, \quad s : x - y - 1 = 0 \implies \frac{3}{1} \neq \frac{1}{-1} \implies \text{se cortan}$$

$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \implies \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{3-1}{\sqrt{10}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{20}} \implies \alpha = 63^\circ 26' 6''$$

**Problema 7** (1 punto) Dado el vector  $\vec{u} = (5, 2)$  encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.

**Solución:**

$$|\vec{u}| = \sqrt{29} \implies \vec{v} = \left(\frac{15}{\sqrt{29}}, \frac{6}{\sqrt{29}}\right)$$

**Problema 8** (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro  $C(3, 2)$  y radio  $r = \sqrt{5}$

**Solución:**

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5 \implies x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$$

**Problema 9** (1 punto) Dada la circunferencia  $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 2 = 0$ , calcular su centro y su radio.

**Solución:**

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -6 &\implies a = 3 \\ n = -2b = 8 &\implies b = -4 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 1 &\implies r = \sqrt{27} \end{aligned} \right\} \implies C(3, -4) \quad r = \sqrt{27}$$